

05.07.05

¹Леонтьев М.К., ¹Снеткова Е.И., ¹Давыдов А.В., ²Дегтярев С.А.

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
г. Москва, lemk@alfatran.com

²Инженерно-консультационный центр по роторной динамике турбомашин различного
назначения ООО "Альфа-Транзит",
г. Химки degs@alfatran.com

ДИНАМИКА НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА НА РОЛИКОВОМ ПОДШИПНИКЕ

Нелинейные эффекты в подшипниках качения связаны с контактной деформацией тел качения, зазорами между телами качения и кольцами подшипника. Движение ротора с такими подшипниками является многообразным и достаточно сложным – от упорядоченного до хаотического. В статье представлена модель роликового подшипника, учитывающая в соответствии с теорией Герца контактную жесткость, зазоры между телами качения и кольцами, внешние нагрузки. С ее помощью проведено исследование поведения неуравновешенной роторной системы с нелинейным подшипником.

Ключевые слова: *модель роликового подшипника, зазор, жесткость, роторная динамика, Dynamics R4, нелинейный анализ.*

Введение

Нелинейный анализ роторных систем сегодня становится одной из главных задач, которые переходят из чисто академических постановок и предпосылок в область практического применения в работе широкого круга инженеров. Работы в данном направлении ведутся значительное время. Среди российских авторов надо отметить работы Кельзона А.С. [1]. Одной из основополагающих работ в численном анализе подшипников качения, и которая явилась основой для работ многих зарубежных авторов, является работа Харриса [2]. Работы Флеминга [3], Рендалла [4], исследовавших динамику роторов с двухступенным подшипником, и многих других продолжают и сегодня развивать это направление. Важной вехой в развитии моделей

подшипников, которые могут быть применены в динамике роторов, является работа де Муля, представившего подшипник с пятью степенями свободы [5]. В настоящей статье приводятся некоторые результаты исследования динамического поведения роторных систем, установленных на подшипниках качения и, в частности, на радиальных роликовых подшипниках.

Общая теория

Обобщенное уравнение движения для роторной системы, включающей подшипники качения, может быть записано в следующей форме:

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = F_U + F_B + W,$$

где M – матрица инерции роторной системы; C – матрица демпфирования и гироскопических сил; \ddot{X}, \dot{X}, X – соответственно столбцы виброускорений, виброскоростей и виброперемещений; F_U – столбец неуравновешенных сил; F_B – столбец сил, возникающих в подшипниках, зависящих от перемещений и скоростей роторной системы; W – сила веса. В общем случае силы, возникающие в подшипниках, являются функциями перемещений и скоростей, поэтому точное решение такого уравнения возможно только в нестационарной постановке прямым интегрированием уравнения движения.

Модель подшипника

В составе роторной системы радиальный роликовый подшипник с цилиндрическими телами качения воспринимает и передает от ротора на статор только радиальные нагрузки. Передача нагрузки идет через несколько тел качения, находящихся в зоне нагружения. Количество тел качения, вовлеченных в передачу нагрузки, определяется величиной зазора в подшипнике, контактной жесткостью, и характеристиками роторной системы - весом ротора, частотой вращения, эксцентриситетом ротора в зазоре подшипника. Существуют достаточно простые модели, которые позволяют рассчитать упругие характеристики опорного узла ротора, включающего подшипник качения, в зависимости от режима работы роторной системы. В своем большинстве они представляются динамической системой с двумя степенями свободы, и используют известную теорию Герца.

Приведем основные соотношения этой теории применительно к роликовому подшипнику [4], [5]. При описании модели подшипника принимаются следующие допущения - инерция тел качения не учитывается, в подшипнике действует линейное вязкое демпфирование, отсутствуют любые виды проскальзывания тел качения. На рис.

1 показана модель роликового подшипника. В каждый момент времени относительное положение ротора и статора (внутреннего и наружного колец подшипника) определяется вектором R , рис.1

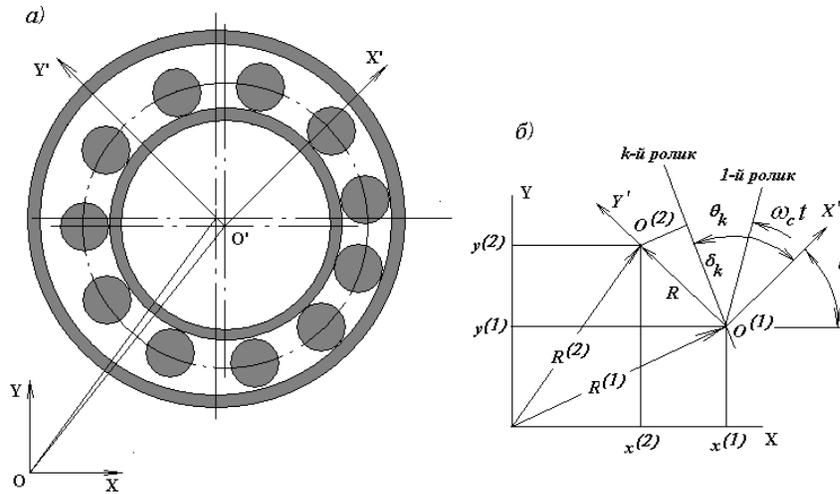


Рис. 1 - Модель роликового подшипника

а) схематическое изображение роликового подшипника; б) относительное положение внутреннего и наружного колец подшипника

Величину R вектора относительного смещения центров колец подшипника можно определить как

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x = x^{(1)} - x^{(2)}, \quad y = y^{(1)} - y^{(2)},$$

где $x^{(1)}, y^{(1)}$ - проекции вектора $R^{(1)}$, определяющие положение центра внутреннего кольца подшипника; $x^{(2)}, y^{(2)}$ - проекции вектора $R^{(2)}$, определяющие положение центра наружного кольца подшипника.

Положение k -ого ролика ($k=1, 2, \dots, N$) определяется углом θ_k :

$$\theta_k = \omega_c \cdot t + (k-1) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N},$$

где ω_c - частота вращения сепаратора, рассчитываемая по формуле

$$\omega_c = \frac{\omega^{(1)}}{2} \cdot \left(1 - \frac{D_r}{D_i + D_r} \right) + \frac{\omega^{(2)}}{2} \cdot \left(1 + \frac{D_r}{D_i + D_r} \right);$$

$\omega^{(1)}, \omega^{(2)}$ - в общем случае частота вращения внутреннего кольца и наружного кольца соответственно (в случае статора $\omega^{(2)} = 0$), D_r - диаметр ролика, D_i - диаметр внутренней дорожки качения, N - кол-во роликов.

Относительное расстояние между внутренним и наружным кольцом в направлении угла θ_k определяется как

$$\delta_k = R \cdot \sin \theta_k.$$

Обозначим радиальный зазор в подшипнике как δ . В соответствии с теорией Герца[2] контактная жесткость K_H рассчитывается для линейного контакта, тогда радиальная сила для k -го ролика запишется

$$f_k = K_H \cdot (\delta_k - \delta)^{10/9} \quad \text{если } \delta_k \geq \delta;$$

$$f_k = 0 \quad \text{если } \delta_k < \delta.$$

Проекции суммарной реакции роликов, вовлеченных в контакт

$$F_{X'} = -\sum_{k=1}^N f_k \cdot \cos \theta_k, \quad F_{Y'} = -\sum_{k=1}^N f_k \cdot \sin \theta_k.$$

Переходя в глобальную систему координат, получим

$$F_X = F_{Y'} \cdot \cos \theta + F_{X'} \cdot \sin \theta, \quad F_Y = F_{Y'} \cdot \sin \theta + F_{X'} \cdot \cos \theta,$$

$$\cos \theta = x/R, \quad \sin \theta = y/R.$$

На базе представленной математической модели нелинейного роликового подшипника разработан алгоритм и программный модуль в составе программной системы для расчета и анализа вибрационных характеристик турбомашин DYNAMICS R4 [6], которая позволяет решать задачи нелинейной роторной динамики в нестационарной постановке.

Модель роторной системы

Для решения задачи используется модель роторной системы, состоящая из точечного корпуса с опорой, точечного ротора, и подшипника, рис. 2.

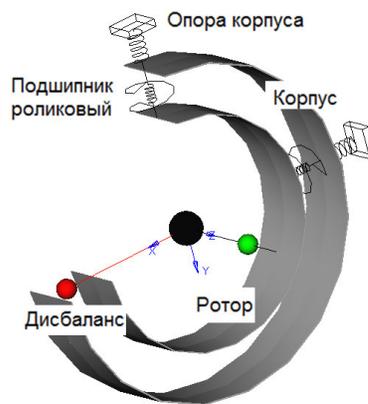


Рис. 2 - Модель роторной системы с роликовым подшипником в программной системе DYNAMICS R4

Параметры модели роторной системы приведены в табл. 1.

Таблица 1 - Параметры роторной системы

<i>Роликовый подшипник SKF NJ 205 ECML</i>	
Наружный диаметр, мм	52
Внутренний диаметр, мм	25
Ширина колец подшипника, мм	15
Диаметр внутренней беговой дорожки, мм	31.5
Диаметр роликов, мм	8
Количество роликов	8
Коэффициент демпфирования, Нсек/м	100
Контактная жесткость, Н/м	1×10^8
<i>Точечный корпус</i>	
Масса, кг	10
Жесткость опоры корпуса, Н/м	0.1×10^9
<i>Точечный ротор</i>	
Масса, кг	3
Момент инерции, кгм ²	0.001

Система имеет 5-ть степеней свободы, 3 у ротора, 2 у корпуса (корпус не вращается). Ротор моделируется точечным инерционным элементом, корпус моделируется точечной массой, закрепленной на своей опоре. На ротор действуют сила веса и неуравновешенная сила. Между ротором и статором находится роликовый подшипник качения. Демпфирование в подшипнике описывается моделью вязкого трения. Контактная жесткость между телами качения составляет 1×10^8 Н/м.

Нестационарный анализ роторной системы

На рис. 3 показана амплитудно-временная характеристика (АВХ) исследуемой модели с нулевым зазором в подшипнике. Интегрирование уравнений движения велось в частотном диапазоне от 0 до 30000 об/мин. Время интегрирования 10 секунд.

На графике отчетливо проявляются биения колебаний после перехода через резонансный режим, что, как известно, связано с собственными колебаниями роторной системы.

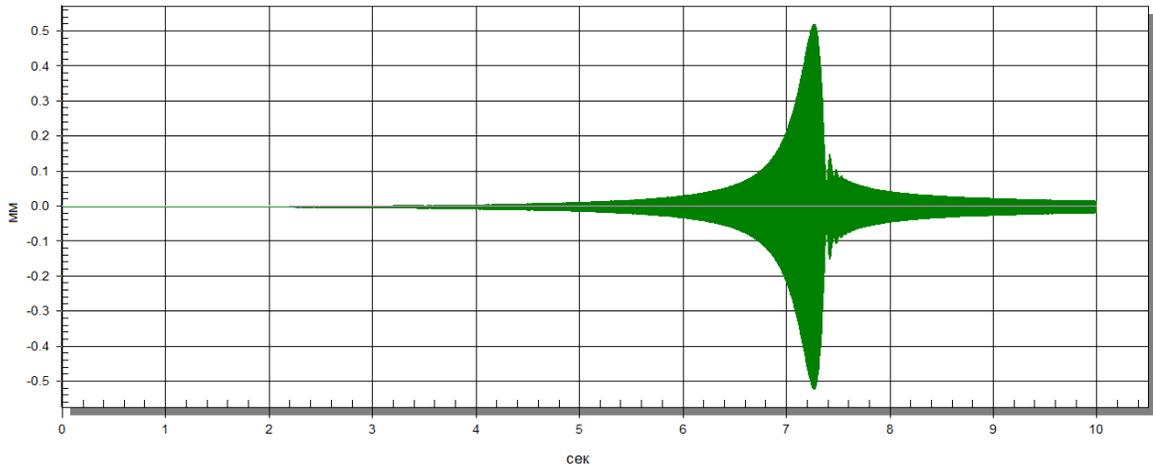


Рис. 3 - Амплитудно-временная характеристика роторной системы
(зазор в подшипнике 0.0 мм, дисбаланс 10 гсм)

Из-за роста нагрузок на подшипник при подходе к резонансу происходят упругие деформации нагруженных роликов и колец подшипника; при этом, в условиях малого зазора, может увеличиться количество нагруженных роликов. Нелинейный характер подшипника обусловлен количеством тел качения в зоне нагружения, что меняет и жесткостные свойства подшипника, рис. 4.

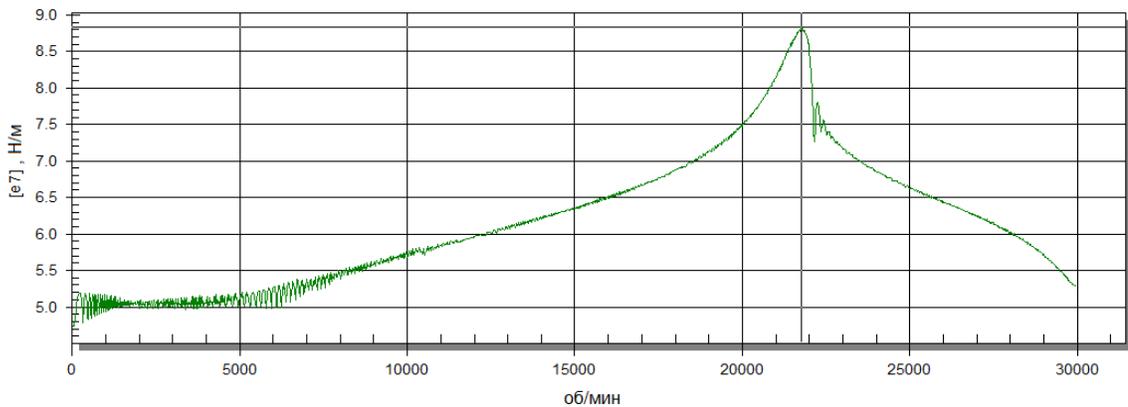


Рис. 4 - Зависимость радиальной жесткости подшипника в составе модели роторной системы от режима (зазор в подшипнике 0.0 мм, дисбаланс 10 гсм)

Можно отметить почти двукратное изменение коэффициента жесткости подшипника в исследуемом диапазоне частот. При этом наибольшая жесткость подшипника отмечается на резонансе роторной системы. На рис. 5 показана каскадная диаграмма вибрационных спектров роторной системы. В представленном масштабе диаграммы можно выделить только роторную гармонику.

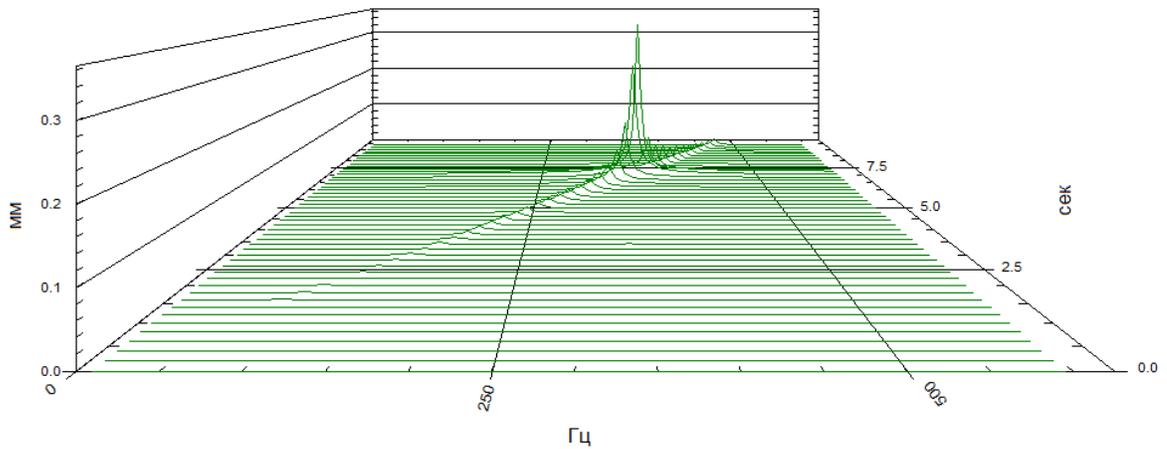


Рис. 5 - Каскадная диаграмма вибрационных спектров роторной системы (зазор в подшипнике 0.0 мм, дисбаланс 10 гсм)

Отметим возможные ошибки в положении резонансной частоты, которые возможны при использовании линейной модели роторной системы с постоянными коэффициентами жесткости по отношению к результатам для ротора с нелинейным подшипником (резонансная частота 21803 об/мин), рис. 6. Коэффициент жесткости линейного аналога подшипника менялся в диапазоне от $0.5e8$ Н/м до $0.9e8$ Н/м.

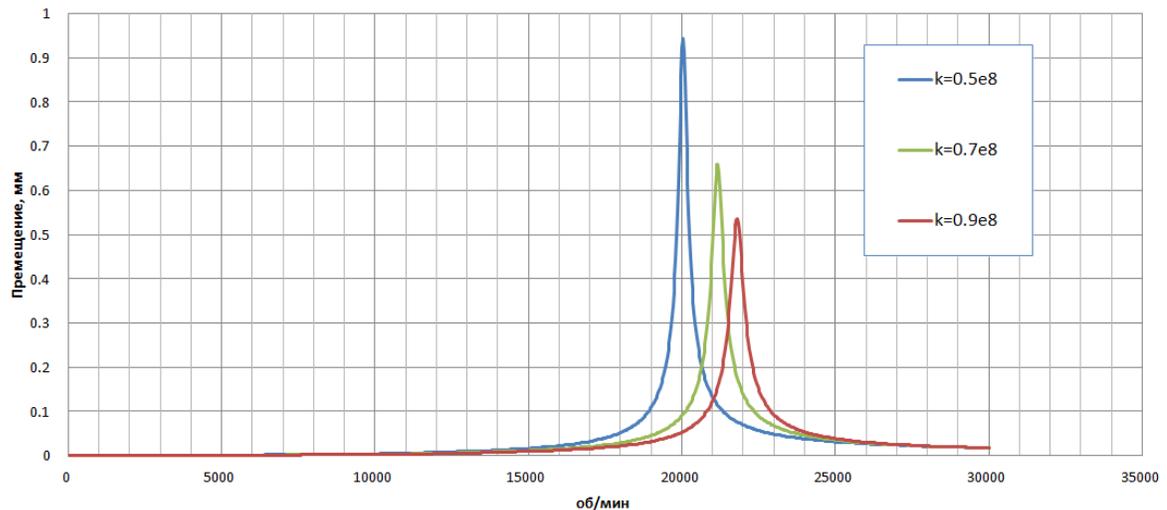


Рис. 6 - Амплитудно-частотная характеристика роторной системы при различных коэффициентах жесткости (зазор 0 мм, дисбаланс 10 гсм)

В табл. 2 показаны полученные ошибки при различных коэффициентах жесткости по отношению к резонансной частоте, полученной в нелинейном анализе.

Таблица 2- Ошибки по определению резонансной частоты в линейной модели.

Коэффициент жесткости, Н/м	Резонансная частота, об/мин	Амплитуда, мм	Ошибка по частоте, %	Ошибка по амплитуде, %
0.5e8	20040	0.943	8.1	80
0.7e8	21150	0.659	3.0	26
0.9e8	21810	0.523	~0	~0

Ошибка по частоте находится в области практической точности задачи, однако по значениям амплитуды достигает достаточно больших величин.

Модель ротора с зазором в подшипнике

Следует отметить, что влияние зазоров в подшипниках является определяющим на поведение роторных систем. На рис. 7 показана АВХ ротора с зазором в подшипнике 0.08 мм. Ротор разгоняется до 30000 об/мин (50 секунд интегрирования) и затем останавливается (еще 50 секунд интегрирования). В табл. 3 представлены орбиты движения.

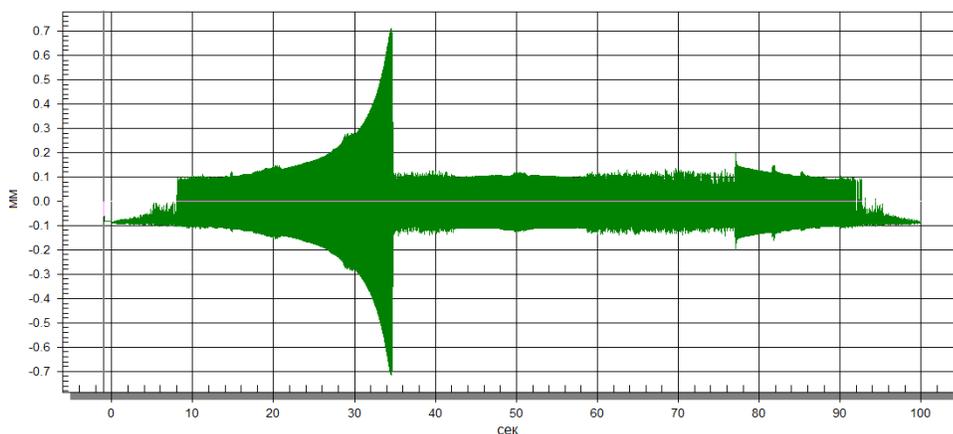
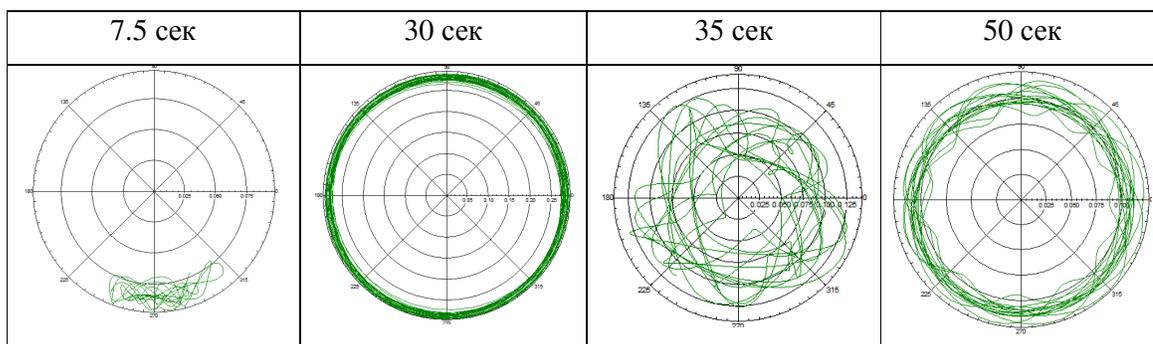


Рис. 7 - Амплитудно-временная характеристика роторной системы (зазор в подшипнике 0.08 мм, дисбаланс 10 гсм)

Таблица 3 - Орбиты движения ротора



Перевод временного сигнала в частотную область позволяет получить каскадную диаграмму вибрационных спектров, рис.8.

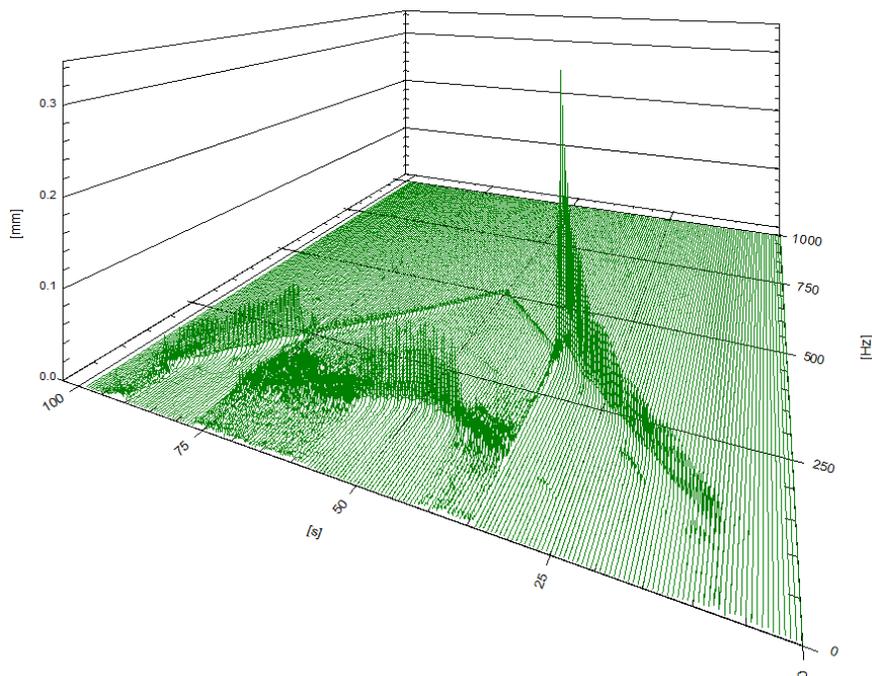


Рис. 8 - Каскадная диаграмма вибрационных спектров роторной системы
(зазор в подшипнике 0.08 мм, дисбаланс 10 гсм)

Анализируя полученное движение можно выделить следующие участки:

- участок хаотического движения на начальном этапе движения ротора до второй секунды интегрирования (ротор лежит на кольце подшипника);
- участок, на котором ротор совершает стабильное движение близкое к круговому под действием неуравновешенной силы;
- участок, на котором происходит переход через резонанс и дальнейшее поведение ротора сопровождается незначительными вынужденными колебаниями от дисбаланса и хаотическим движением, переходящим в параметрические колебания [7].

Проведенный анализ является классическим с точки зрения нелинейной роторной динамики и влияния зазора на поведение неуравновешенного ротора. На рис. 9 показана СКЗ полученного движения ротора на разгоне и выбеге. Кривая имеет зону бифуркации, приводящую к срыву и хаотическому движению ротора. Положение резонанса при разгоне ротора определяется соответствующей жесткостью подшипника. Выбег ротора имеет другую АВХ по сравнению с разгоном, не сопровождается

резонансом, и до ~14000 об/мин сопровождается хаотическим движением и параметрическими колебаниями.

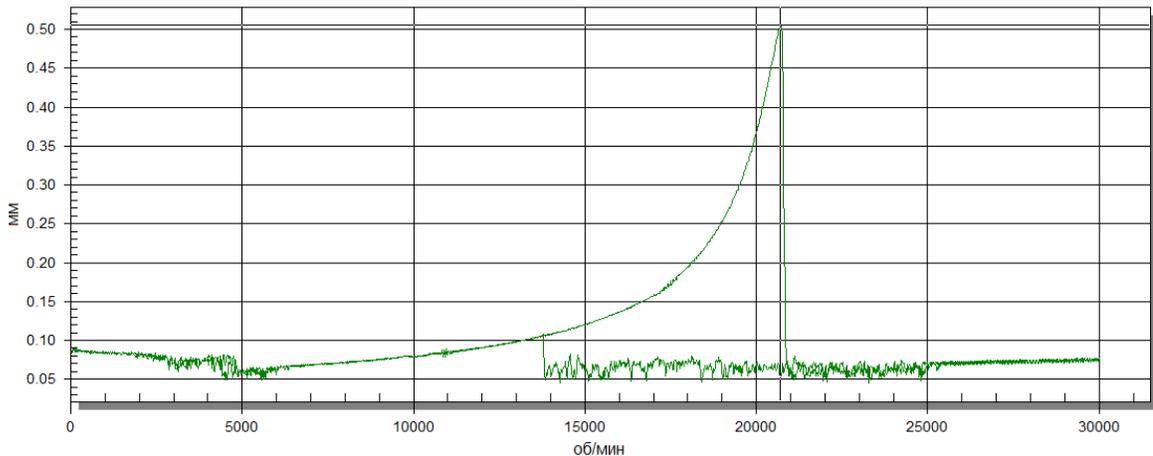


Рис. 9 - СКЗ амплитудно-частотной характеристики роторной системы (зазор в подшипнике 0.08 мм, дисбаланс 10 гсм). Разгон до 30000 об/мин и выбег до 0 об/мин
Хаотическое движение ротора

Термин "хаотический" применяется к таким движениям, траектории которых сильно зависят от начальных условий [8]. Для нормальной работы ротора (отсутствие хаотического движения) подшипники качения должны быть нагружены некоторой минимальной нагрузкой. Такая нагрузка обеспечивает нормальную работу подшипника, в том числе без проскальзывания роликов по дорожкам качения. Существуют определенные требования к ее значению. Так, например, компания SKF определяет требуемую минимальную нагрузку однорядного цилиндрического роликоподшипника следующей формулой:

$$F_{rm} = k_r \cdot \left(6 + \frac{4n}{n_r} \right) \cdot \left(\frac{d_m}{100} \right)^2,$$

где F_{rm} - минимальная радиальная нагрузка, кН; k_r - коэффициент минимальной нагрузки; n - частота вращения, об/мин; n_r - номинальная частота вращения, об/мин; d_m - средний диаметр подшипника, мм.

Для выбранного подшипника с коэффициентами $k_r=0.15$, $n_r=14000$ об/мин минимальная нагрузка на частоте вращения 20000 об/мин составляет 0.28 кН. Вместе с тем следует иметь ввиду, что должен существовать баланс между действующими на подшипник силами (вес, неуравновешенные силы, силы инерции) и величиной зазора в подшипнике. При недостаточной неуравновешенной силе или большом зазоре цапфа вала в зазоре будет совершать хаотическое движение, ролики подшипника будут не нагружены и подшипник быстро выйдет из строя. На рис. 10 показано движение

роторной системы при небольшой неуравновешенной силе. Ротор совершает хаотическое движение практически во всем диапазоне оборотов, где неуравновешенная сила не нагружает роликовый подшипник и не выводит его на обкатку.

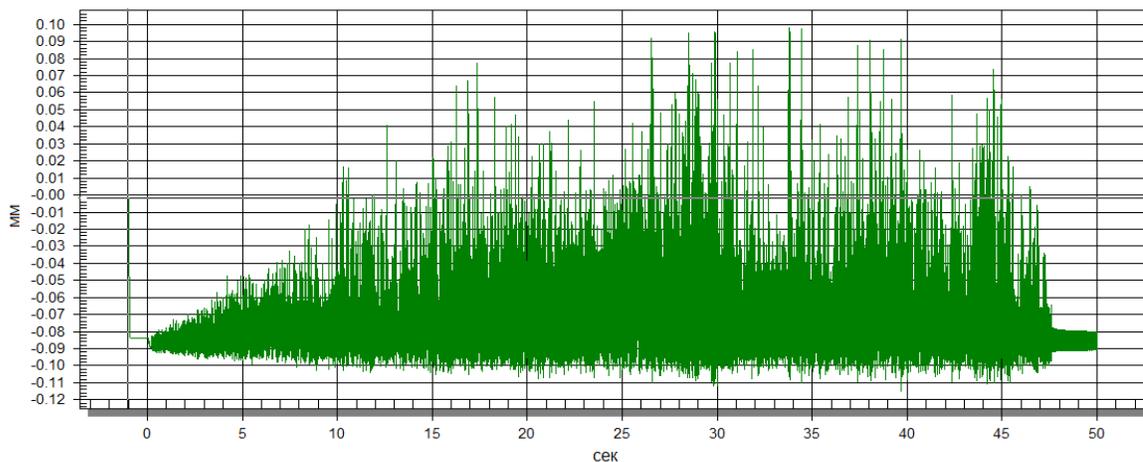


Рис. 10 - Амплитудно-временная характеристика роторной системы
(зазор в подшипнике 0.08 мм, дисбаланс 3 гсм)

Этот же факт следует и из рассмотрения орбит движения ротора (табл. 4) и каскадной диаграммы вибрационных спектров, рис. 11.

Таблица 4 - Орбиты ротора (зазор в подшипнике 0.08 мм, дисбаланс 3 гсм)

7.5 сек	30 сек	35 сек	50 сек

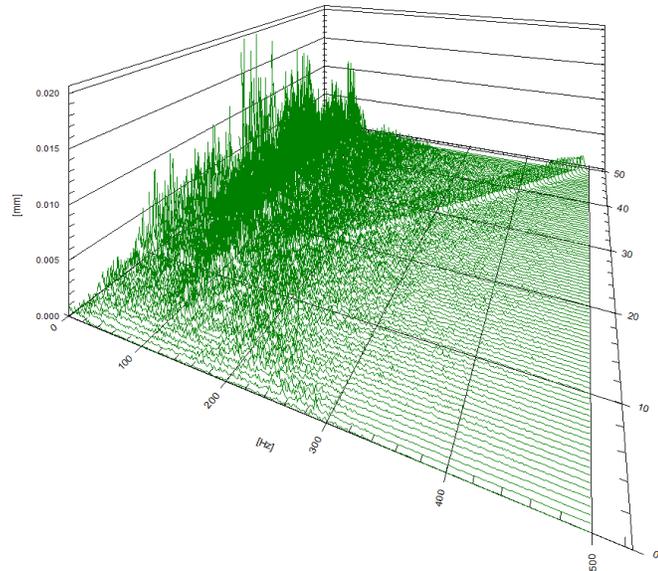


Рис. 11 - Каскадная диаграмма вибрационных спектров роторной системы (зазор в подшипнике 0.08 мм, дисбаланс 3 гсм)

На рис. 12 показано влияние дисбалансов на поведение роторной системы.

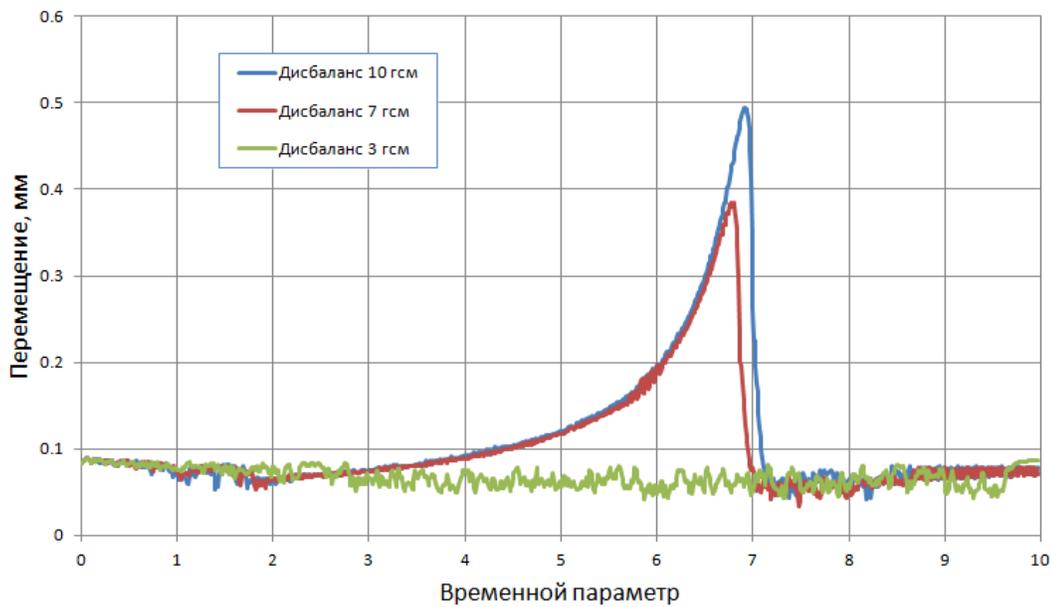


Рис. 12 - Влияние неуравновешенности ротора на амплитудно-частотную характеристику роторной системы (зазор в подшипнике 0.08 мм)

Сравнивая силы, действующие на подшипник исследуемого ротора (зазор в подшипнике 0.08 мм) и полученные реакции в подшипнике (рис.13), можно отметить, что если неуравновешенная сила не превышает силу веса в 2-3 раза, то ротор будет совершать хаотическое движение. Минимальная нагрузка на исследуемый подшипник по данным SKF обеспечит устойчивую работу ротора без хаотического движения.

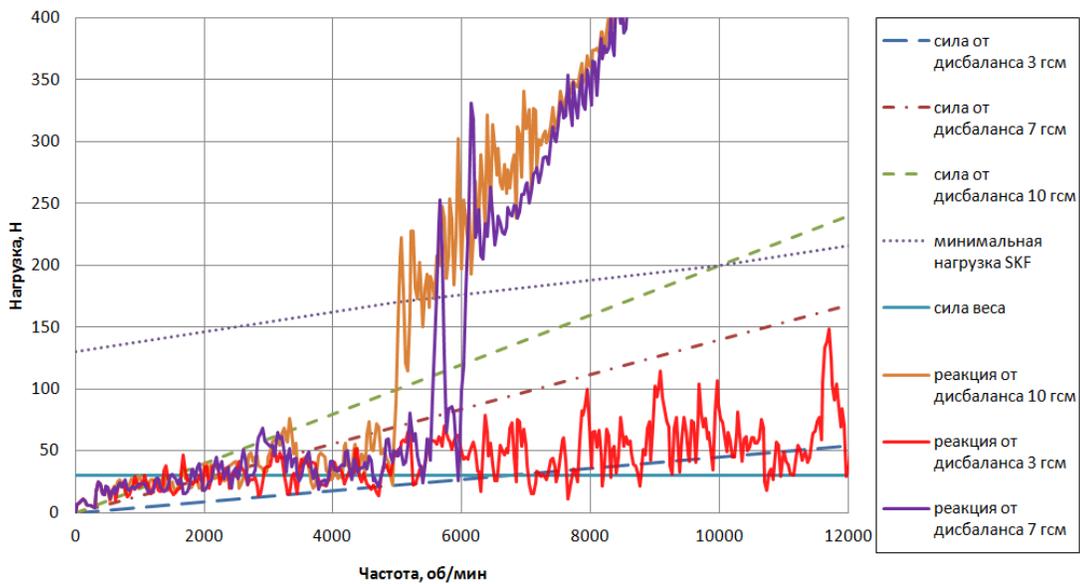


Рис. 13 - К оценке действующих нагрузок на подшипник, реакций подшипника и минимальной нагрузки на подшипник

На рис. 14 показано влияние зазоров на поведение роторной системы. С уменьшением зазора в подшипнике работа подшипника становится стабильнее, склонность к хаотическому движению уменьшается.

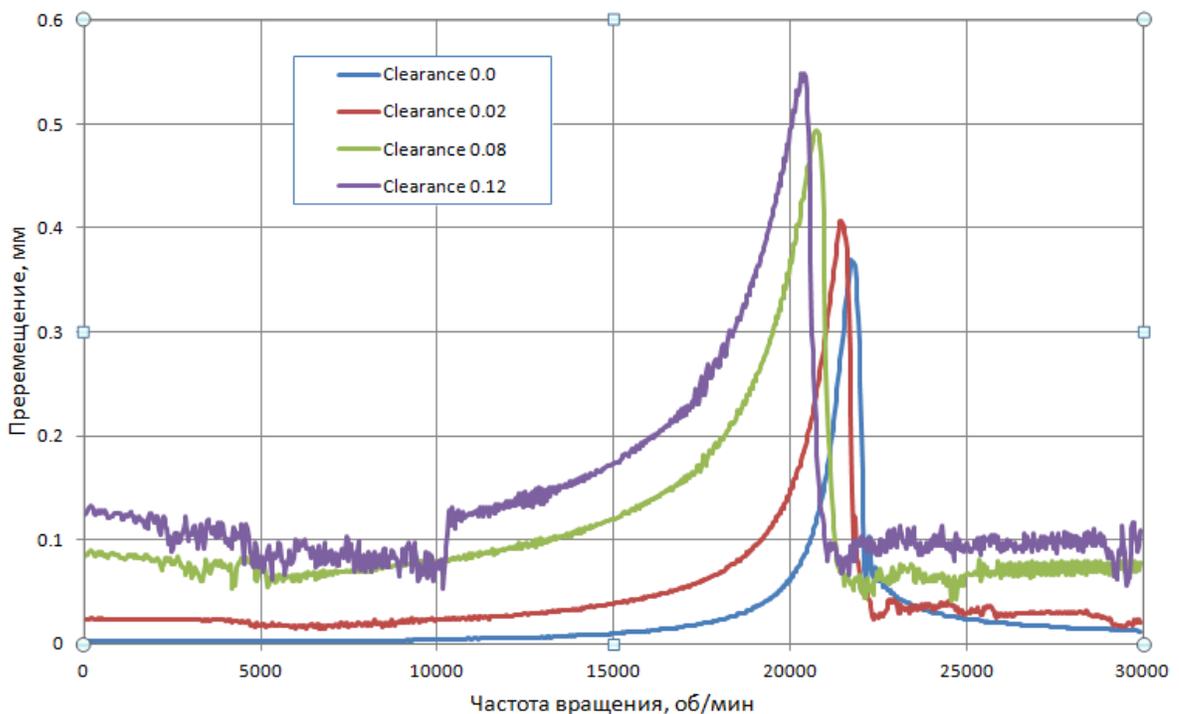


Рис. 14 - Влияние величины зазора роликового подшипника на амплитудно-частотную характеристику роторной системы (дисбаланс 10 гсм)

Выводы

Данную статью можно рассматривать как учебный материал для студентов и начинающих инженеров, вовлеченных в проектирование роторных систем. Представлены результаты расчетов и анализа характеристик роторной системы с роликовым подшипником, которые показывают необходимость предварительного динамического исследования роторных систем в нелинейной нестационарной постановке с целью правильного выбора типа подшипника, его размеров и зазоров, минимальной неуравновешенности ротора, то есть параметров, определяющих стабильную и надежную работу роторной системы и, в конечном счете, долговечность подшипников.

Следует также отметить, что исследование роторных систем, опирающихся на радиально-упорные подшипники, является отдельной задачей, однако отдельные результаты исследования, представленные в статье, можно распространить и на них.

Список использованных источников

1. Кельзон, А.С. Динамика роторов в упругих опорах / Кельзон А.С., Циманский Ю.П., Яковлев В.И. -М. : Наука, 1982. - 280 с.
2. Harris, T.A.: Rolling Bearing Analysis, John Wiley and Sons, New York, 1984.
3. David P. Fleming, Brian T. Murphy, J. V., Jerzy T. Sawicki, J. V. Poplawski. Transient Response of Rotor on Rolling Element Bearings with Clearance 7th IFToMM Conference on Rotor Dynamics, Vienna, Austria, 25-28 September 2006
4. N.S Feng, E.J. Hahn and R.B. Randall. Simulation of vibration signals from a rolling element bearing defect (DSTO-GD-0262).
5. Динамика ротора в подшипниках качения: научно-технический и производственный журнал “Вибрация машин: измерение, снижение, защита” / М.К. Леонтьев, В.А. Карасев, О.Ю. Потапова, С.А. Дегтярев. ISSN 1816-1219, 2006, №4(7), С. 40-45
6. Леонтьев М. К., Иванов А. В., Дегтярев С. А. Программная система расчета динамики роторов Dynamics 4. Свидетельство об отраслевой разработке № 6691. Отраслевой фонд алгоритмов и программ. Государственный информационный центр информационных технологий. Министерство образования Российской Федерации. 2006 г.

7. Хронин Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов: Учебник для студентов авиационных специальностей высших учебных заведений.- 2- изд., М.: Машиностроение, 1980. -296 с., ил.
8. Ф. Мун. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров, Москва.: Мир, 1990 г. - 311 с., ил.

Сведения об авторах

Леонтьев Михаил Константинович, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета); доктор технических наук. МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993; тел.: 8-985-768-71-29; e-mail: lemk@alfatran.com

Снеткова Екатерина Игоревна, ассистент Московского авиационного института (национального исследовательского университета). МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993; тел.: 8-499-158-44-72; e-mail: lemk@alfatran.com

Давыдов Аркадий Валентинович, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета). МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993; тел.: 8-499-158-44-72; e-mail: davidovarc@alfatran.com

Дегтярев Сергей Александрович, руководитель направления Научно-технического центра по роторной динамике ООО "Альфа-Транзит". Россия, Московская обл., 141400, г. Химки, ул. Ленинградская, 1; tel.: 8-495-232-60-91, e-mail: degs@alfatran.com