МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (национальный исследовательский университет)

М.К. ЛЕОНТЬЕВ

КОНСТРУКЦИЯ И РАСЧЕТ ДЕМПФЕРНЫХ ОПОР РОТОРОВ ГТД

1



2020

1

УДК 629.7.036-251(075.08)

М.К.Леонтьев. Конструкция и расчет демпферных опор роторов ГТД: учебное пособие, 2-е изд. дополненное и переработанное. - М.: Изд-во МАИ, 2020 – 78 с.: ил.

Представлено описание основных типов конструкций демпферных опор роторов, применяемых в авиационных двигателях - опор с гидродинамическим демпфером, опор с гидродинамическим демпфером и упругим элементом типа "беличье колесо", демпферных опор с упругим кольцом и других. Изложены методики проектирования и расчета жесткостных, демпфирующих и прочностных характеристик демпферных опор. Приведены примеры проектирования и расчета демпферных опор. Представлены математические модели демпферных опор и выбор их параметров при решении задач роторной динамики.

Предназначено для инженеров, ведущих проектирование газотурбинных двигателей, аспирантов, студентов, ведущих курсовое и дипломное проектирование.

Оглавление

ОГЛАВЛЕНИЕ	
ПРЕДИСЛОВИЕ	
1. НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ	О ПОТЕРЕ УСТОЙЧИВОСТИ РОТОРОВ6
2. КОНСТРУКЦИИ ДЕМПФ	ЕРНЫХ ОПОР10
2.1. Общие положения	
2.2. Опора с гидродинамиче	ским демпфером, нецентрированным12
2.3. Опора с гидродинамиче	ским демпфером, центрированным с помощью
упругого элемента типа "беличье коле	
2.4. Опора с гидравлическим	и демпфером, центрированным с помощью упругого
кольца в демпфере	
2.5. Опора с гидродинамиче	ским демпфером, центрированным с помощью
внешнего упругого кольца	
2.1. Опора со ступенчатым	гидродинамическим демпфером, частично
центрированным	
3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДЕМ	ЛПФЕРНЫХ ОПОР25
3.1. Общие положения	
3.2. Принцип работы гидрод	инамического демпфера25
3.3. Оценка эффективности	гидродинамического демпфера по комплексу
безразмерных параметров	
3.4. Расчет жесткости и дем	пфирования гидродинамического демпфера30
3.5. Приближенные модели	для определения динамических характеристик
демпфера 33	
3.6. Основные свойства гидр	оодинамических демпферов
3.7. Согласование динамиче	ских характеристик демпфера и роторной системы
38	
4. РАСЧЕТЫ УПРУГИХ ЭЛ	ЕМЕНТОВ ОПОР40
4.1. Общие замечания	
4.2. Расчет упругого элемен	га, типа "беличье колесо"40
4.3. Жесткость упругого эле	мента типа "беличье колесо" с учётом скруглений41
4.4. Расчет упругого кольца	(кольца Аллисона)42
5. ПРИМЕРЫ ПРОЕКТИРО	ЗАНИЯ ДЕМПФЕРНЫХ ОПОР РАЗЛИЧНЫХ
ТИПОВ 45	
5.1. Проектирование опоры	с гидродинамическим демпфером45

5	.2.	Проектирование опоры с гидродинамическим демпфером и упругим	
элемент	ОМ	47	
5	.3.	Расчет демпферной опоры с упругим кольцом	.51
5	.4.	Список использованных источников	.53
Γ	ІРИЛ	ОЖЕНИЕ 1 ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ДЕМПФЕРА	.54
Γ	I1.1. C	ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ	.54
Γ	11.2 Г	ИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕМПФЕРА	.54
Γ	I1.3 k	КРИТЕРИИ ПРИМЕНИМОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ	.65
Γ	I1.4 C	ПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	.66
Γ	ІРИЛ	ОЖЕНИЕ 2. ПРИМЕРЫ ВЫБОРА МОДЕЛЕЙ ДЕМПФЕРА В ЗАДАЧАХ	
РОТОРИ	ной Д	ДИНАМИКИ	.68
Γ	I2.1 M	ЮДЕЛЬ РОТОРА С УПРУГО-ДЕМПФЕРНОЙ ОПОРОЙ	.68
Γ	12.2 A	АЛГОРИТМ ВЫБОРА МОДЕЛИ ДЕМПФЕРА И ПРИМЕРЫ	.70
Γ	12.3 C	ПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	.78

ПРЕДИСЛОВИЕ

Наиболее эффективным средством снижения общего уровня вибраций и динамических напряжений в узлах двигателя является применение опор с гидродинамическими демпферами. Они нашли широкое применение в конструкциях двигателей различных типов: от больших для транспортной и гражданской авиации (Д-36, SaM146, ПД-14), военных самолетов (РД-33, АЛ-31Ф, АЛ-41Ф) до малых для коммерческой авиации и беспилотных ЛА.

Задача их проектирования является достаточно трудоемкой и условно делится на три основных этапа.

1. Принятие решения о применении демпферной опоры. Определение места установки и требуемых жесткостных и демпфирующих характеристик.

2. Проектирование демпферной опоры. В процессе проектирования выбирается схема демпферной опоры, проводятся расчеты и определяются основные геометрические размеры, прорабатывается конструкция, выпускается рабочая (конструкторская) документация.

3. Изготовление демпферной опоры и проведение различных испытаний, в том числе в составе двигателя.

В пособии обобщен и систематизирован опыт проектирования и доводки демпферных опор роторов газотурбинных двигателей большого количества отечественных и зарубежных двигателестроительных фирм, научных и учебных центров, опыт отдельных ученых и инженеров.

Рассмотрены основные концепции проектирования демпферных опор, их схемные решения и конструкции, современные методики и расчетные методы, которые позволяют спроектировать демпферные опоры с требуемыми характеристиками. Представлены примеры проектирования демпферных опор, а также примеры выбора настройки и моделей демпфера для решения задач роторной динамики газотурбинных двигателей.

1. НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ О ДИНАМИКЕ РОТОРОВ

Технологические отклонения и неточности, при изготовлении деталей роторов и их сборке, приводят к тому, что их центры тяжести не совпадают с продольной осью ротора, т.е. имеется механический дисбаланс ротора. При вращении ротора от дисбаланса возникают неуравновешенные (инерционные) силы, которые вращаются вместе с ротором, изгибают его и при определенных условиях приводят к потере устойчивости.

Под действием этих сил ротор помимо собственного вращения совершает другое достаточно сложное движение (прецессию). Прецессия определяется как вращение изогнутой оси вала ротора относительно его опор и зависит от многих факторов - величины дисбалансов, упругости опор роторов, демпфирования в роторе, гироскопических сил и т.д. Прецессия ротора может быть прямой и обратной, синхронной и несинхронной [1].

Рассмотрим простейший случай прецессионного движения ротора под действием дисбаланса - синхронную прецессию, при которой частота прецессии равна частоте собственного вращения вала ротора. Такой случай прецессионного движения наиболее часто встречается в практике.

На рис. 1 представлен идеализированный ротор на двух жестких опорах с симметрично расположенным диском, вращающийся с частотой ω .



Рис. 1. Ротор под действием дисбалансной силы

Центр массы G диска находится на расстоянии e от геометрического центра S диска. Вектор неуравновешенной силы походит через эти точки и вращается вокруг оси ротора вместе с диском, вызывая его изгиб. При изгибе вала центр диска смещается от центральной оси ротора на расстояние OS. Если ротор совершает синхронную прецессию, то относительное положение точек *O*, *S* и *G* сохраняется постоянным, а вал с диском вращаются с постоянной скоростью.

Положение центра диска при прецессионном движении в невращающейся системе координат *XY* можно выразить соотношениями $(x_s + e \cos \omega t)$ и $(y_s + e \sin \omega t)$. Если предположить наличие некоторого внешнего сопротивления перемещению ротору, описываемое моделью вязкого трения, то уравнение движения будет иметь вид:

$$m\frac{d^2}{dt^2}(x_s + e\cos\omega t) = -kx_s - c\dot{x}_s;$$
$$m\frac{d^2}{dt^2}(y_s + e\sin\omega t) = -ky_s - c\dot{y}_s$$

или

$$\begin{split} m\ddot{x}_{s} + c\dot{x}_{s} + kx_{s} &= me\omega^{2}\cos\omega t\\ m\ddot{y}_{s} + c\dot{y}_{s} + ky_{s} &= me\omega^{2}\sin\omega t. \end{split}$$

В этих уравнениях: m - масса диска; k - жесткость вала; c - коэффициент сопротивления (демпфирования); x_s ; y_s - проекции вектора перемещений центра вала в системе координат XY.

Как мы видим, в левой части присутствуют члены, зависящие от свойств ротора его массы, упругих характеристик вала и демпфирования, а в правой части уравнения находятся проекции дисбалансной (возмущающей) силы на оси координат *X* и *Y*.

Общее решение такого уравнения состоит из двух членов - члена, описывающего свободные затухающие колебания и члена, описывающего вынужденные колебания от действия вращающегося дисбаланса (частное решение). Частное решение будем искать в виде $x_s = X_s \cos(\omega t - \phi)$ и $y_s = Y_s \sin(\omega t - \phi)$, где X_s , Y_s - амплитуды колебаний и ϕ - фаза перемещения по отношению к возмущающей силе. Дифференцируя и подставляя полученные выражения в уравнение движения, получим:

$$x_{s} = \frac{me\omega^{2}\cos(\omega t - \phi)}{\sqrt{(k - m\omega^{2})^{2} + (c\omega^{2})}};$$
$$y_{s} = \frac{me\omega^{2}\sin(\omega t - \phi)}{\sqrt{(k - m\omega^{2})^{2} + (c\omega^{2})}};$$
$$OS = r = \sqrt{x_{s}^{2} + y_{s}^{2}} = \frac{me\omega^{2}}{\sqrt{(k - m\omega^{2})^{2} + (c\omega^{2})}}; \qquad \tan \phi = \frac{c\omega}{k - \omega^{2}}.$$

В безразмерной форме решение будет выглядеть:

$$\frac{r}{e} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}}, \quad \tan \phi = \frac{2\zeta \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2},$$

где $\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_n}$.

Здесь c_c - критическое демпфирование роторной системы; ω_n - частота собственных колебаний, может быть определена с использованием простейшей формулы для гармонического осциллятора $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Графическое решение уравнения движения представлено на рис.2.



Рис. 2. АЧХ вынужденных колебаний ротора от вращающегося дисбаланса

Из решения следует, что между вектором дисбалансной силы (направление SG) и вектором прогиба вала ротора (направление OS) существует фазовый угол ϕ , который зависит от величины демпфирования и частоты вращения ω .

Из вышесказанного также следует, что для рассмотренного ротора существует некоторая частота вращения, на которой он имеет большие виброперемещения. На этой частоте частота вращения ротора, а значит и частота вращения вектора неуравновешенной силы, совпадает с частотой собственных колебаний роторной системы. Такая частота называется *критической частотой вращения ротора*.

Если демпфирование в системе очень мало, то эта частота приближается к частоте собственных колебаний динамической системы ротора. Критическая частота вращения ротора зависит от соотношения жесткости вала и массы диска, поэтому она является динамической характеристикой ротора.

Следует также отметить, что в предыдущих рассуждениях не показано влияние гироскопических сил, меняющих частоту собственных колебаний, а, следовательно, и критическую частоту вращения.

Как правило, опоры ротора не являются абсолютно жесткими и обладают, как и вал ротора, некоторой упругостью, влияющей на критические частоты вращения ротора.

Роторы, работающие на скоростях меньших, чем критические, принято называть "жесткими", а роторы, работающие на скоростях, превышающих критические, принято называть "гибкими". Эти понятия не следует связывать с какими-либо оценками реальной жесткости роторов. Для "жестких" роторов состояние равновесия является статическим. Для них характерно увеличение прогибов и усилий, действующих на опоры, с увеличением угловой частоты вращения. "Гибкие" роторы находятся в состоянии динамического равновесия.

Амплитуда вибраций определяется близостью частоты вращения ротора к критической частоте вращения ω_n , а также значением коэффициента демпфирования *c*. Предельные значения амплитуды нормируются для каждого типа двигателя. Например, для двигателя АЛ-31Ф максимальная амплитуда вибраций в единицах ускорения, контролируемая датчиком вибраций, установленным на промежуточном корпусе, составляет 4g.

Снижения амплитуды вибраций можно добиться различными способами уменьшением эксцентриситета центра массы ротора *(балансировкой)*, снижением критической частоты вращения, а значит и неуравновешенной силы, величина которой пропорциональна квадрату частоты вращения ротора *(частотной настройкой)*, увеличением диссипации энергии колебаний в роторной системе *(демпфированием)*.

Последние две функции и выполняют демпферные опоры в газотурбинных двигателях, которые часто называют также упруго-демпферными.

2. КОНСТРУКЦИИ ДЕМПФЕРНЫХ ОПОР

2.1. Общие положения

Конструкции демпферных опор весьма разнообразны, но независимо от этого они выполняют две основные функции:

• снижают жесткость опоры ротора, что приводит к изменению упругой динамической системы двигателя. При этом снижаются частоты собственных колебаний системы, устраняются резонансы на рабочих режимах;

• поглощают энергию колебаний динамической системы двигателя, превращая ее в тепло, что не позволяет развиваться большим амплитудам колебаний, динамическим нагрузкам и напряжениям во всех деталях двигателя.

К конструкциям демпферных опор, устанавливаемым в авиационных газотурбинных двигателях, предъявляются следующие общие требования. Опора должна:

• обладать оптимальной радиальной жесткостью, которая определяется из расчетов полной динамической системы двигателя. Целью этих расчетов является устранение резонансных частот из области рабочего диапазона двигателя;

 обладать вполне определенной демпфирующей способностью для предотвращения повышенных уровней вибраций в узлах двигателя в различных условиях его работы, в том числе экстремальных;

• при наличии упругих элементов допускать радиальные деформации достаточной величины для создания демпфирования, при этом сохранять допустимые зазоры по рабочим лопаткам и лабиринтным уплотнениям.

Потребная радиальная деформация упругих элементов опоры определяется по формуле

$$\delta_0 = \frac{mn}{k}g + k_d e,$$

где k - коэффициент жесткости опоры; m - масса ротора, приходящаяся на данную опору; n - коэффициент вертикальной статической перегрузки, возникающей при эволюциях самолета (для транспортных самолетов n = 2...2,5); g - ускорение свободного падения; k_d - коэффициент динамического усиления колебаний цапфы ротора в опоре ($k_d = 4...6$); e - эксцентриситет разбалансированности ротора, который принимается равным наибольшей допустимой величине с учетом возможной разбалансировки ротора в процессе эксплуатации. Определяется по допустимому дисбалансу ротора (me)_d по данной опоре:

 $e = \frac{(me)_d}{m}.$

Для предотвращения больших радиальных деформаций, напряжений упругих элементов и выхода их из строя в опоре выполняются ограничители радиальных перемещений, которые вступают в работу лишь при экстремальных нерасчетных условиях.

Для обеспечения центрального расположения ротора по отношению к корпусу базовая поверхность упругих элементов смещается на величину статической деформации опоры.

В конструкции демпферной опоры должны быть предусмотрены элементы, позволяющие регулировать ее демпфирующие свойства и оптимизировать при экспериментальной доводке.

Для обеспечения стабильности и определенности динамических характеристик опор необходима высокая точность изготовления ее упругих элементов, посадочных поверхностей, зазоров, калибровочных отверстий. С этой целью для соответствующих размеров используются допуски повышенных классов точности, предусматривающие возможность сортировки деталей по группам и их взаимный подбор при сборке.

В настоящее время в авиационных двигателях применяются несколько основных типов демпферных опор:

- с нецентрированным гидродинамическим демпфером (без рагрузки веса);
- с гидродинамическим демпфером, центрированным с помощью упругого элемента типа "беличье колесо» (с разгрузкой веса);
- с гидравлическим демпфером, центрированным с помощью упругого кольца -"кольцо Аллисона" (с разгрузкой веса);
- с гидродинамическим демпфером, центрированным с помощью внешнего упругого кольца (с разгрузкой веса);

• со ступенчатым гидродинамическим демпфером (с частичной разгрузкой веса). Более подробная классификакция демпферов представлена в работе [2].

Действующая на опору сила веса меняет положение оси ротора относительно оси статора. Поэтому в конструкцию демпферной опоры часто включаются элементы, которые разгружают демпфер от силы веса, одновременно центрируя корпус подшипника (вибратор) в зазоре демпфера.

Определение "центрированный" или "нецентрированный" демпфер связано с тем, какой зазор реализуется в невращающемся роторе между лопатками рабочих колес и корпусом при наличии демпфера. В центрированном демпфере геометрическая ось ротора совпадает или близка к оси статора. Увеличение зазора между лопатками и статором за счет зазора в демпфере минимальное, зазор равномерный по окружности. В нецентрированном демпфере геометрическая ось ротора не совпадает с осью статора. Увеличение зазора между лопатками и корпусом за счет демпфера максимальное, зазор неравномерный по окружности.

2.2. Опора с гидродинамическим демпфером, нецентрированным

Используются в основном для двигателей небольшой тяги в компрессорной части, или в задней опоре турбины низкого давления двигателей с большой степенью двухконтурности (рис. 3).

Демпфирующим элементом является тонкая масляная пленка толщиной 0,1...0,3 мм, расположенная между внешним кольцом подшипника и его корпусом. Толщина масляного слоя определяет величину радиальной деформации опоры. Масло под давлением подается в зазоры демпфера из кольцевой канавки (иногда через несколько отверстий, равномерно расположенных по окружности). Для снижения расхода масла и повышения несущей способности масляного слоя полость демпфера уплотнена торцевыми уплотнениями, выполненными в виде разрезных колец, допускающих прецессию ротора в зазоре.



Рис. 3. Опора КВД с радиально-упорным подшипником и нецентрированным гидродинамическим демпфером двигателя АИ-222

При работе двигателя в масляной пленке возникает гидравлическая сила, и масляная пленка может передавать радиальные нагрузки со стороны ротора на корпус. Одновременно гидравлическая сила препятствует и прецессии ротора в опоре, т.е. появляется сила сопротивления, или демпфирующая сила.

Характерной особенностью таких опор является то, что они, как правило, не передают осевых усилий (если установлены в турбинной части вместе с роликовыми

подшипниками), либо не должны передавать больших осевых усилий (если установлены в опорах с радиально-упорным подшипником, как на рисунке) из-за возможности заклинивания.

Масляный слой в гидродинамическом демпфере работает с большой нагрузкой. Это сопровождается большим выделением тепла в слое, что влияет на вязкость масла в опоре на различных скоростях вращения ротора. Для обеспечения стабильности характеристик опоры необходимо, создавая торцевые уплотнения, обеспечить достаточно большую прокачку масла через опору, часть которго проходит через демпфер. Из демпфера масло вытекает через дополнительные щели или отверстия. Частично существует утечка масла через уплотнения.

Расход масла через демпфер с торцевыми уплотнениями может находиться в диапазоне от 0.2 до 1.5 л/мин. Для демпферов без торцевых уплотнений расход масла повышается в 2-3 раза. Такие демпферы в авиационные двигатели не применяются, однако нашли широкое применение в судовых ГТД. При проектировании температурное состояние опоры и расход масла определяются экспериментально.

Динамические характеристики опоры с гидродинамическим демпфером (жесткость К и демпфирование *С* являются нелинейными и зависят от положения ротора в зазоре (рис.

4). $\mathcal{E} = \frac{e}{\delta}$ - относительный эксцентриситет ротора в зазоре; *e* - эксцентриситет; δ -радиальный зазор демпфера.



Рис. 4. Жесткостная и демпфирующая характеристика гидродинамического демпфера

Достоинства таких опор - компактность, надежность в работе, высокое демпфирование и несущая способность, наличие математических моделей для расчета динамических характеристик – жесткости и демпфирования.

Недостатки - нелинейные динамические характеристики, опора начинает работать только с определенной частоты вращения ротора, при отсутствии вращения ротор

нецентрирован, зазор между лопатками и корпусом должен быть больше зазора в демпфере. Настройка такого демпфера достаточно сложная, учитывая, что при больших эксцентриситетах (а значит большом демпфировании) демпфер не только не гасит передаваемую на корпус силу, но в некоторых случаях увеличивает ее.

Существуют гидродинамические опоры, в которых имеется две или три масляных пленки, разделенных между собой свободно плавающими кольцами. Такие гидродинамические демпферы обладают хорошей несущей способностью, большими коэффициентами демпфирования и могут применяться для снижения высоких динамических нагрузок в экстремальных ситуациях.

2.3. Опора с гидродинамическим демпфером, центрированным с помощью упругого элемента типа "беличье колесо"

Опоры с гидродинамическим демпфером и упругим элементом типа беличье колесо ("squirell cage") чаще всего используются в двигателях транспортной или коммерческой авиации, рис. 5. Сочетает в себе уплотненную рабочую поверхность масляного слоя и упругий элемент. Упругий элемент центрирует ротор относительно геометрической оси двигателя и разгружает сам демпфер от силы веса.

Конструкция упругого элемента может быть самой разнообразной и зависит от многих факторов – располагаемым пространством для ее установки, применяемыми технологиями для изготовления, в значительной степени от ее статической и динамической прочности.



Рис. 5. Демпферная опора с упругим элементом типа "беличье колесо". Задняя опора вентилятора двигателя ПС-90-А

Название "беличье колесо" ("squirrel cage") появилось в результате внешнего сходства упругого элемента с колесом в клетках для белок, рис. 6. В отличие от опор

предыдущего типа они могут передавать большие осевые усилия от шарикового подшипника на корпус двигателя. Могут устанавливаться как в компрессорной, так и турбинной части двигателя.



Рис. 6. Упругая втулка передней опоры КВД АЛ-31Ф, объединенная с рабочей поверхностью демпфера и фланцами (вибратором)

Упругий элемент опоры представляет собой втулку с большим количеством прорезей, рис.7. Втулка с одной стороны жестко крепится к корпусу, с другой стороны в нее вставляется подшипник ротора. Между наружной поверхностью втулки (в том месте, где установлен подшипник) и корпусом предусматривается зазор Δ . Жесткость опоры определяется толщиной стенки втулки, шириной прорезей, количеством и длиной образовавшихся стержневых элементов.



Рис. 7. Упругий элемент опоры типа "беличье колесо": а - конструктивная схема и основные размеры; б - схема работы балочек при нагружении опоры; в - развертка упругого элемента

Под действием радиальной силы со стороны подшипника в стержнях втулки возникают деформации изгиба и сдвига. Каждый стержень работает отдельно как балочка, жестко защемленная с одного конца. Другой конец втулки может свободно перемещаться вдоль направления действия силы G. Максимальный прогиб всех стержней в работе получается одинаковым и ограничивается величиной зазора между поверхностью втулки и корпусом. При этом ось подшипника также перемещается В пространстве плоскопараллельно, вследствие чего исключаются перекосы и местная перегрузка подшипника. Опоры такого типа устанавливаются как на опорных (роликовых), так и на упорно-опорных (шариковых) подшипниках.

Чтобы стержневые элементы имели одинаковую жесткость и напряженность во всех направлениях изгибной деформации, их поперечное сечение должно быть круглым. Однако из-за значительных технологических трудностей стержни изготавливают не круглого сечения, а прямоугольного. Отклонения от номинальных размеров при изготовлении такой конструкции приводят к тому, что жесткость упругой втулки может отличаться в вертикальной и гоизонтальной плоскости до 30%.

Вместе с тем существуют конструкции демпферных опор, где упругие элементы выполнены в виде круглых стержней. В этих случаях стержни изготавливаются отдельно, а затем впаиваются, либо закрепляются с помощью резьбовых соединений во фланцах.

Демпфером опоры является тонкий масляный слой между втулкой и корпусом толщиной 0,15....0,3 мм. Масло подается в зазор из кольцевой канавки или через отверстия в корпусе демпфера (реже). Демпфирующие свойства опоры зависят от толщины и ширины

масляного слоя. Поэтому эти размеры оптимизируются расчетными методами и дорабатываются экспериментально.

Суммарная жесткость опоры складывается из жесткости упругой части опоры k_y и жесткости гидродинамического слоя k_g :

$$k_{\Sigma} = k_{y} + k_{g}$$

Демпферные опоры с упругим элементом проектируют так, чтобы жесткость гидродинамического слоя на всех режимах работы двигателя была на порядок меньше жесткости упругой втулки. В этом случае жесткостная характеристика опоры является практически постоянной величиной. Динамические характеристики опоры с упругим элементом показаны на рис.8.

Достоинства таких опор - постоянная жесткостная характеристика во всех рабочих диапазонах; возможность передачи больших осевых усилий; надежность в работе; высокое демпфирование; наличие математических моделей для расчета динамических характеристик; ротор центрирован при отсутствии вращения.

Недостатки - увеличенные габариты и масса опоры; нелинейная демпфирующая характеристика.



Рис. 8. Жесткостная и демпфирующая характеристика демпферной опоры с упругим элементом

2.4. Опора с гидравлическим демпфером, центрированным с помощью упругого кольца в демпфере

Демпферная опора с упругим кольцом (дроссельный демпфер) применяется для двигателей, установленных на самолетах, подвергающихся большим эволюционным перегрузкам, рис. 9.



Рис. 9. Демпферная опора с упругим кольцом турбины НД двигателя АЛ-31Ф

Основным упругим элементом опоры является тонкостенное кольцо, устанавливаемое в зазор между корпусом и внешним кольцом подшипника, фиксируемое от проворачивания, рис.10.



Рис. 10. Упругое кольцо с выступами

Кольцо имеет выступы, равномерно расположенные на наружной и внутренней поверхностях в шахматном порядке. Выступы вместе с другими деталями опоры образуют гидравлические полости, куда постоянно подается масло.

Количество выступов и все геометрические параметры кольца регламентируются стандартом ОСТ 1 14724-90. Толщина кольца от 2 до 2.5 мм. Высота выступов обычно составляет 0.15...0.3 мм и определяет допустимую по прочности величину прогиба кольца. Ширина кольца определятся расчетным путем при определении его жесткости.

Конструкция и основные размеры в ОСТ 1 14724-90 носят рекомендательный характер и могут быть изменены с учетом необходимых значений жесткости колец, демпфирования, статических и динамических напряжений, возникающих в них в работе. В частности, могут быть добавлены дроссельные отверстия для увеличения диссипации механической энергии колебательного движения ротора, рис. 11.



Рис. 11. Упругое кольцо с выступами (на фотографиях видны радиальные дроссельные отверстия)

Под действием радиальных нагрузок упругие участки кольца деформируются, и возникает упругая реакция на подшипник. Масло передавливается из одной полости в другую через торцевые щели и калиброванные отверстия в кольце, в результате чего происходит диссипация энергии и создается демпфирующий эффект. Радиальные отверстия в кольце могут быть заменены окружными каналами в выступах кольца, что может увеличить демпфирование.

Кольцо желательно устанавливать с торцевым зазором 0.1 - 0.35 мм. Диаметр отверстий находится в диапазоне от 0.4 до 0.6 мм. Увеличение зазоров и диаметров отверстий ведет к снижению демпфирующей способности демпфера.

Примеры упругих колец, установленных в ГТД различных типов, представлены в табл.1.

ГТД	D ₁ ,	D ₂ , мм	Кол.	Ширина	Рабочий ход	Диаметр	Материал
	MM		высту-	выступов,	кольца, мм	фрезы, мм	
			ПОВ	мм, b1		d	
АИ-24	96	93	6	6	0.12	30	Сталь 60С2А
АИ-25	137	134	10	6	0.15	30	Сталь 60С2А
TB3-	136	133.2	12	5	0.2	30	Сталь
117							40XHMA
АЛ-31Ф	252	247	8	6	0.2	30	ЭИ-961

Таблица 1. Примеры упругих колец, установленных в ГТД

Иногда для повышения податливости демпферной опоры в зазор между подшипником и корпусом вставляют два упругих кольца, фиксируемых от проворачивания радиальным штифтом, рис.12.



Рис. 12. Демпферная опора с двумя упругими кольцами

В ТРДДФ, устанавливаемых на самолеты боевой авиации, находящиеся под действием больших эволюционных нагрузок, упругое кольцо полностью выжимается и принимает на себя большие радиальные нагрузки, ограничивая большие перемещения в опоре, не допуская контакта лопаток рабочих колес с корпусом.

В сочетании с упругими элементами типа "беличье колесо» кольцо, обладая определенной жесткостью, несколько разгружает "беличье колесо" от статических и динамических нагрузок, оставляя суммарную жесткость постоянной для опоры. В случае опорно-упорного подшипника одновременно решается задача передачи осевой силы, рис. 13.



Рис. 13. Упруго-демпферная опора КВД в сочетании с радиально-упорным подшипником, ТРДДф АЛ-31Ф

Упругое кольцо обычно устанавливается над наружной обоймой подшипников качения. Однако в двигателе РД-33МК кольцо установлено под внутренней обоймой. Это связано с компоновкой задней опоры турбины и магистралями подачи масла на охлаждение подшипников и в демпфер, рис. 14.



Рис. 14. Упругое кольцо в задней опоре турбины, ТРДДф РД-33МК

В этом же двигателе кольцо состоит из двух половин, выступы которых также сдвинуты относительно друг друга. Появление круговой щели, обладающей для масла достаточно большим гидравлическим сопротивлением при перетекании, увеличивает демпфирование до 30%. Шахматный порядок выступов двух половинок кольца увеличивает его жесткость.

К достоинствам демпферных опор с упругими кольцами относятся: малые габариты и масса; линейная жесткостная характеристика; ротор центрирован относительно оси двигателя; высокие демпфирующие свойства (близкие к щелевым гидродинамическим демпферам); наличие отраслевого стандарта на упругие кольца, который позволяет достаточно легко подобрать начальные размеры кольца, рассчитать податливость и прочность колец.

Среди недостатков - необходимость обеспечить высокую точность всех размеров и посадочных мест; отсутствие простых математических моделей для расчета демпфирующей способности; необходимость доводки в составе двигателя.

Жесткостная характеристика демпферной опоры с упругим кольцом показана на рис. 15.



Рис. 15. Жесткостная характеристика демпферной опоры с упругим кольцом: К1 жесткость кольца; К2 - жесткость опоры; δ- рабочий ход кольца

2.5. Опора с гидродинамическим демпфером, центрированным с помощью внешнего упругого кольца

В таком демпфере применяется разрезное упругое кольцо, воспринимающее нагрузку от веса ротора, и обеспечивающее равномерный зазор в демпфере, рис.16. Просадка от силы веса ротора может достигать 2 мм, но с сохранением равномерного зазора. При этом кольцо обладает достаточно большим запасом прочности по статическим и переменным напряжениям.



Демпферная опора с упругим разгрузочным кольцом (справа) ТРДДф НК-25.

2.1. Опора со ступенчатым гидродинамическим демпфером, частично центрированным

Такой демпфер можно назвать ступенчатым. Конструктивной особенностью ступенчатого демпфера является наличие выступов, ограничивающих предельное смещение вибратора демпфера в корпусе, и демпфирующей части, рис.17.



Рис. 16. Схема ступенчатого демпфера

Одним из ранних доступных материалов, в котором описано применение ступенчатого демпфера в газотурбинных двигателях, является работа 1988 года, посвященная оптимизации закритического ("гибкого") ротора свободной турбины для турбовального двигателя Allison T406 [3]. В ней приведены результаты экспериментальных исследований гибкого ротора, установленного на роликовый подшипник со ступенчатым демпфером. Отмечается достаточно высокая эффективность такого демпфера, позволяюшая обеспечить его высокую несущую способность и необходимое демпфирование. Вместе с тем требуется его тщательная настройка по отношению к силе веса ротора, приходящейся на опору, величине дисбалансной нагрузки со стороны ротора и требуемым динамическим характеристикам ротора. При этом следует иметь в виду, что выступы работают в режиме упруго-гидродинамического контакта с корпусом.

Выступы имеют высоту примерно 0.5 зазора демпфера и уменьшают необходимый зазор между лопатками и корпусом. Под действием силы веса ротор ложится на выступы, выбирая весь зазор между выступами и корпусом. В работе с увеличением дисбалансной силы ротор начинает совершать орбитальное движение близкое по форме к "серпу луны". С увеличением этой силы ротор поднимается и центрируется, орбита вибратора приближается к эллиптической. Оптимальная величина демпфирования подбирается за счет зазора демпфирующей части демпфера.

Достоинства данного типа ГДД в целом соотвествуют нецентрированному демпферу. Однако наиболее важным преимуществом является возможность, поддерживая выступами центральное расположение ротора, обеспечить минимальный предельный зазор в масляном клине. Это позволяет получить максимальное значение демпфирования в опоре и в то же время не допустить «замораживание опоры». К недостаткам можно отнести возможный износ, возникающий вследствие наличия контакта узких выступов и корпуса.

На рис. 18 показана упруго-демпферная опора с гидродинамическим демпфером, центрированная выступами в турбине двигателя SaM 146.



Рис. 17. Опора с гидродинамическим демпфером, центрированная выступами в рабочей поверхности демпфера и за ней, примененная в турбине SaM 146

3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ДЕМПФЕРНЫХ ОПОР

3.1. Общие положения

Как уже отмечалось, при проектировании любой роторной системы всегда проводятся предварительные расчеты критических частот вращения роторов и форм колебаний.

Если в рабочий диапазон частот вращения ротора попадает критическая частота вращения ротора с изгибной формой колебаний, то конструктором проводится частотная отстройка. Одним из способов частотной отстройки является применение в опорах дополнительных упругих элементов, которые выводят такую критическую частоту из рабочего диапазона. Однако при этом в рабочем диапазоне могут оставаться критические частоты вращения с другими формами колебаний. Если не применять специальные мероприятия, то на соответствующих этим критическим частотам вращения резонансных режимах могут наблюдаться повышенные вибрации.

Большой уровень вибраций может быть связан и с недостаточной балансировкой ротора для работы на рабочих режимах. Способом, который позволяет в этом случае снизить уровень вибраций, является введение в соответствующую упругую опору ротора демпфера. Реальные конструкции демпферных опор решают задачу, как частотной отстройки, так и демпфирования одновременно.

Процесс проектирования демпферных опор базируется на результатах параметрического анализа динамической системы двигателя и включает в себя следующие предварительные этапы:

• определение опасных режимов в работе двигателя, характеризующихся большим уровнем вибраций и динамическими нагрузками;

• принятие решения о применении опоры с демпферным устройством;

• определение оптимальных значений жесткости и демпфирования опорного узла ротора;

• выбор типа демпферной опоры.

В зависимости от типа демпферной опоры проводятся необходимые расчеты, и далее разрабатывается ее конструкция.

3.2. Принцип работы гидродинамического демпфера

Рассмотрим принцип работы нецентрированного гидродинамического демпфера. Действующие в демпфере силы, показаны рис. 19.



Рис. 18. Силы, действующие в гидродинамическом демпфере: *F*_{unb}-дисбалансная сила ротора, приходящаяся на опору, *F*_g -гидродинамическая сила; *F*_r - несущая радиальная сила; *F*_r - демпфирующая тангенциальная сила; тg- сила веса, приходящаяся на опору

Гидродинамический демпфер начинает работать только с определенных оборотов ротора. При отсутствии вращения кольцо демпфера лежит на статоре, выбрав зазор. То есть, ротор нецентрирован относительно центральной оси двигателя.

При вращении под действием неуравновешенных сил от дисбалансов вал вибратор начинает совершать дополнительное круговое движение (прецессию) в зазоре демпфера. Скорость прецессии $\dot{\phi} = \Omega$. Так как реальные жидкости не выдерживают отрицательных давлений, которые могут возникать в зазоре при больших эксцентриситетах и скоростях прецессии, то масляная пленка в зазоре демпфера разрывается, образуя каверны, заполненные парами масла, либо прорвавшимся внутрь воздухом. По окружности демпфера возникает неравномерное давление, что и приводит к появлению гидродинамической силы. Проекция гидродинамической силы на радиальное направление определяет несущую способность (динамическую жесткость) демпфера, проекция на окружное направление - демпфирующую способность.

Чем меньше зазор в клине и выше скорость, тем больше область кавитации, тем больше гидродинамическая сила, тем больше несущая способность демпфера. На протяженность зоны кавитации влияет степень эксцентриситета ротора, а также давление подачи масла в зазор демпфера. При увеличении давления подачи протяженность зоны кавитации уменьшается, что особенно заметно при невысоких скоростях прецессирования и небольших эксцентриситетах.

Следует отметить, что если масляная пленка заполняет весь зазор демпфера, т.е. отсутствует зона кавитации, то демпфер в значительной степени теряет динамическую жесткость. Вместе с тем он обладает значительным демпфированием и не имеет срывных режимов работы.

3.3. Оценка эффективности гидродинамического демпфера по комплексу безразмерных параметров

Обычно гидродинамический демпфер рассчитывается для работы в диапазоне частот вращения ротора, где находится зона повышенных вибраций роторной системы. Это может быть зона соответствующей критической частоты вращения ω_C , либо рабочая частота вращения ротора ω , на которой неуравновешенные силы достигают максимальных значений.

Основные параметры демпфера, с помощью которых можно управлять его жесткостью и демпфированием, являются радиус, длина и зазор демпфера.

Для приближенной оценки эффективности нецентрированного демпфера и его геометрии можно воспользоваться комплексом обобщенных безразмерных параметров [4].

Параметр демпфера В

$$B = \frac{\mu \cdot R \cdot L^3_{\gamma \hat{e} \hat{a}}}{m_B \cdot \omega_c \cdot \delta^3} \quad ,$$

где μ – динамическая (абсолютная) вязкость масла, Пас; R – внутренний радиус масляного зазора, м; $L_{3\kappa\beta}$ – приведенная длина демпфера, м; m_B – масса ротора, приходящаяся на опору (приведенная масса), кг; ω_c – критическая частота вращения ротора, с⁻¹; δ - радиальный зазор демпфера, м.

Приведенная масса определяется из условий равенства сил, создаваемых на опоре недеформирующимся ротором и приведенной массой m_B . Сила, возникающая на опоре от каждого диска или инерционного элемента вращающегося и прецессирующего ротора, определяется в соответствии с рис. 20.



Рис. 19. К определению приведенной массы ротора к опоре

е - радиус орбиты цапфы ротора вследствие податливости опоры.

$$P \cdot L = P_d \cdot l - M_d \; ,$$

где $P_d = m_d \cdot e \cdot \frac{l}{L} \omega^2$; $M_d = -J_d \cdot \omega^2 \frac{e}{L}$, m_d , J_d - соответственно масса и диаметральный

момент инерции диска; ω - частота вращения ротора.

Представим Р как инерционную силу массы, приведенной к опоре:

$$P=m_B\cdot e\cdot \omega^2$$
.

Из уравнения равновесия

$$m_B \cdot e \cdot \omega^2 \cdot L = m_d \cdot e \cdot \frac{l^2}{L} \cdot \omega^2 + J_d \cdot \omega^2 \frac{e}{L}$$

определяется приведенная масса диска к опоре:

$$m_B = m_d \cdot \frac{l^2}{L^2} + J_d \frac{1}{L^2}$$

Если ротор имеет k дисков или инерционных элементов, то общая приведенная масса

$$m_B = \sum_{i=1}^k m_{B_i} \; .$$

Приведенная длина демпфера с кольцевыми проточками определяется по следующим формулам:

- для демпфера без торцевых уплотнений

$$L_{_{\mathcal{H}\mathcal{B}}} = \sqrt[3]{\sum L_i^3};$$

- для демпфера с торцевыми уплотнениями, например, с уплотнительными кольцами

$$L_{\scriptscriptstyle 3KB} = \sqrt[3]{\sum (1,587L_i)^3},$$

где *L_i* - длины участков демпферов между кольцевыми проточками (длины рабочих участков демпфера).

Динамическая вязкость некоторых турбинных и авиационных масел представлена в табл. 2

t,°C	μ , Hc/m ²								
	T _Π -36	MC-20	МК-22	ИПМ-10	TURBO	JET II			
					256				
50	0.0272	0.1310	0.164	0.00738	-	-			
60	0.0179	0.0785	0.096	0.00566	-	-			
70	0.0126	0.0500	0.0605	0.00452	-	-			
80	0.00920	0.0339	0.0400	0.00369	-	-			
90	0.00680	0.0238	0.0273	0.00306	-	-			
100	0.00506	0.01725	0.0205	0.00284	0.00252	0.00327			
110	-	0.01305	0.0145	0.00225	0.00216	0.00270			
120	-	0.01010	0.01105	0.00198	0.00187	0.00226			

Таблица 2. Динамическая вязкость некоторых турбинных и авиационных масел

130	-	0.00805	0.00875	0.00175	0.00165	0.00193
140	-	0.00650	0.00705	0.00147	0.00146	0.00166
150	-	0.00538	0.00570	0.00139	0.00130	0.00144
160	-	-	-	0.00125	0.00117	0.00127
170	-	-	-	0.00111	0.00106	0.00113
180	-	-	-	0.00103	0.00097	0.00101
190	-	-	-	0.000943	0.00089	0.00090

Параметр гравитационный - \overline{W}

$$\overline{W} = W_B / m_B \delta \omega^2$$
, где $W_B = m_B g$.

Параметр неуравновешенности - U

$$U = F_u / m_B \delta \omega^2$$

где F_u - неуравновешенная сила $(m_D e_u \omega^2)$; m_D - неуравновешенная масса ротора; e_u - эксцентриситет неуравновешенной массы.

Частотное отношение - \varOmega

$$\Omega = \omega / \omega_c$$

Массовое отношение - α

$$\alpha = m_B / m_D .$$

Для большинства практических применений можно пользоваться только параметрами B, \overline{W} . Остальные параметры связаны с конкретной конструкцией двигателя, режимами его работы и не варьируются.

Приведем некоторые результаты большого количества экспериментальных и аналитических исследований демпферов. В табл. 3 приведены результаты экспериментальных исследований, в табл. 4 приведены значения обобщенных параметров испытанных демпферов.

Теоретические и экспериментальные исследования на модельных роторах показали, что наилучшие результаты по эффективности демпфера достигаются, если значение параметра *B* находится в диапазоне 0.05 < B < 4 и приближается к B = 0.1. Значение гравитационного параметра должно быть менее 0.1

Таблица 3. Результаты экспериментальных исследований демпферов на модельном роторе

Испы-	δ , мм	L_{np} ,	Тип масла	Среднее	Дисбала	Пиковая	Скорость с
тание		MM		значение	нс, гсм	амплиту	макс.
				вязкости,		да	амплитудой,
				Hc/m ²		А, мм	об/мин
1	0.0635	7.62	SAE 30	30.10.10-2	5.67	0.552	6950
2	0.0635	7.62	Turbine 3	2.36.10-2	5.67	0.254	6980
3	0.1905	15.24	SAE 30	32.39 10-2	17	0.590	7005

4	0.1270	7.62	Turbine 3	3.13.10-2	11.33	0.178	7008
5	0.1905	15.24	Turbine 3	$2.25 \cdot 10^{-2}$	17	0.266	7240

Испытание	Параметр	Параметр	Гравитацион-	Массовое
	неуравновешен	демпфера	ный параметр	отношение α
	ности	В	W	
	U			
1	0.1	8.731	0.268	0.445
2	0.1	0.684	0.268	0.445
3	0.1	2.784	0.089	0.445
4	0.1	0.114	0.134	0.445
5	0.1	0.193	0.089	0.445

Таблица 4. Значения обобщенных параметров испытанных демпферов

Значение параметра *B* <0.05 ведет к неустойчивости ротора, при B > 4 коэффициент динамического усиления демпферной опоры близок к 1.

Приведем значение параметра *B* для гидродинамических демпферов реально существующих ГТД. Было исследовано более 20 различных газотурбинных двигателей с гидродинамическими демпферами, доведенных в вибрационном отношении. Для гидродинамических демпферов с уплотнительными (поршневыми) кольцами значение параметра *B* (параметр \overline{W} не оценивался) находится в диапазоне от 0.2^{-10⁻¹} до 2^{-10⁻¹}. Для гидродинамических демпферов без уплотнительных колец разброс значений параметра *B* больше - от 0.02^{-10⁻¹} до 8^{-10⁻¹}.

Оценивая полученный разброс параметра *В* и возможность его использования в проектировании, следует сделать следующие выводы:

• исследованные демпфера не обязательно являлись оптимальными с точки зрения несущей способности и демпфирования;

• полученный результат дает основание считать, что хорошие результаты по амплитуде вибраций можно получить в достаточно широком диапазоне значений параметра *B*;

• полученные по обобщенным параметрам размеры демпфера подлежат дальнейшему уточнению. Для этой цели можно использовать как расчетные методы, так и экспериментальные.

3.4. Расчет жесткости и демпфирования гидродинамического демпфера

Динамические характеристики демпфера - сила реакции жидкостной пленки и коэффициенты жесткости и демпфирования - можно более точно определить, если воспользоваться гидродинамической теорией смазки.

Течение жидкости в зазоре демпфера описывается уравнением Рейнольдса, которое получается из общих уравнений движения жидкости Навье-Стокса при следующих упрощающих допущениях: 1) зазор в демпфере мал; 2) течение жидкости ламинарное; 3) жидкость несжимаемая; 4) вязкость постоянна; 5) инерционные свойства жидкости не учитываются.

Уравнение Рейнольдса имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}(h^3\frac{\partial P}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(h^3\frac{\partial P}{\partial z}) = 6\mu\frac{\partial}{\partial x}(hu) + 12\mu\frac{\partial h}{\partial x},$$

где $x = R\varphi$ - окружная координата; φ - угловая координата; $u = R(\omega_1 - \omega_2)$ - относительная скорость скольжения поверхностей; $h(\varphi)$ - местная толщина пленки жидкости; μ - коэффициент динамической вязкости.

Уравнение Рейнольдса описывает двумерное течение жидкости, как в осевом направлении, так и в окружном. Использование более точных уравнений течения жидкости в зазорах демпфера, которые учитывают сжимаемость жидкости, турбулентный режим течения, инерционность жидкости, приводит при их численном решении к значительным затратам времени на ЭВМ. Поэтому целесообразно учитывать только те физические процессы в демпфере, которые оказывают наибольшее влияние на динамические характеристики демпфера.

При расчете гидродинамических демпферов удобно пользоваться широко применяемыми при расчете подшипников скольжения приближениями "длинного" и "короткого" подшипников. По аналогии вводятся понятия "длинного" и "короткого" демпферов. Рассмотрим для этих схем алгоритм решения уравнения Рейнольдса.

"Длинный" демпфер. Для случая длинного демпфера сделаем допущение о том, что профиль давления представляет собой параболу с такими характеристиками, что величина давления на краях рабочей поверхности составляет 0.75 от величины давления в середине.

Функция давления в осевом направлении описывается следующим выражением:

$$P(\varphi, z) = P(\varphi, 0) \cdot (1 - \frac{z^2}{L^2})$$

"Короткий" демпфер. Если торцевые уплотнения отсутствуют, то можно принять, что давление по длине демпфера меняется по следующему закону:

$$P(\varphi, z) = P(\varphi, 0) \cdot (1 - \frac{4z^2}{L^2}).$$

После подстановки с учетом того, что скорость вращения втулки демпфера *u*=0 уравнения Рейнольдса приобретут вид для "длинного" демпфера

$$\frac{d}{dx}(h^3\frac{dP}{dx}) - \frac{2h^3}{L^2}P(\varphi,0) = 12\mu\frac{dh}{dt}$$

и для "короткого" демпфера

$$\frac{d}{dx}(h^3\frac{dP}{dx}) - \frac{8h^3}{L^2}P(\varphi,0) = 12\mu\frac{dh}{dt}$$

Для решения полученных уравнений можно применить конечно-разностный метод. Продифференцируем полученные уравнения:

$$h^{3} \frac{d^{2} P}{dx^{2}} + 3h^{2} \frac{dh}{dx} \frac{dP}{dx} = 12\mu \frac{dh}{dt} + 2\frac{P(\varphi, 0)h^{3}}{L^{2}};$$

$$h^{3} \frac{d^{2} P}{dx^{2}} + 3h^{2} \frac{dh}{dx} \frac{dP}{dx} = 12\mu \frac{dh}{dt} + 8\frac{P(\varphi, 0)h^{3}}{L^{2}}.$$

Заменяя в уравнениях первую и вторую производные от давления центральными разностями

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_{i,k} = \frac{P_{i,k} - P_{i-1,k}}{2\Delta x};$$
$$\left(\frac{d^2P}{dx^2}\right)_{i,k} = \frac{P_{i+1,k} - 2P_{i,k} + P_{i-1,k}}{\Delta x^2}$$

имеем

$$P_{i-1}\left(\frac{h_i^3}{\Delta x^2} - \frac{3h_i^2}{2\Delta x}\frac{dh_i}{dx}\right) + P_i\left(-\frac{2h_i^3}{\Delta x^2} - \frac{2h_i^3}{L^2}\right) + P_{i+1}\left(\frac{h_i^3}{\Delta x^2} + \frac{3h_i^2}{2\Delta x}\frac{dh_i}{dx}\right) = 12\,\mu\frac{dh}{dt}\,;$$
$$P_{i-1}\left(\frac{h_i^3}{\Delta x^2} - \frac{3h_i^2}{2\Delta x}\frac{dh_i}{dx}\right) + P_i\left(-\frac{2h_i^3}{\Delta x^2} - \frac{8h_i^3}{L^2}\right) + P_{i+1}\left(\frac{h_i^3}{\Delta x^2} + \frac{3h_i^2}{2\Delta x}\frac{dh_i}{dx}\right) = 12\,\mu\frac{dh}{dt}\,.$$

Переходя к неподвижной системе координат и записывая уравнение для каждого узла сетки, получаем систему уравнений, решить которую можно с использованием граничных условий в местах подвода жидкости.

Существуют различные модели для определения зоны кавитации в зазоре демпфера. Одна из них - граничные условия Рейнольдса:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dx} = 0\\ P = P_{vap} \end{cases},$$

иди в обозначениях, соответствующих узлам конечно-элементной сетки

$$P_{i,k} = P_{vap}$$
, если $P_{i,k} < P_{vap}$.

Гидравлические силы и динамические коэффициенты. Силы, действующие на внутреннюю поверхность демпфера, могут быть определены посредством интегрирования функции распределения давления. Ее составляющие по осям X и Y неподвижной системы координат записываются следующим образом:

$$F_x = -\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{0}^{2\pi} P(\varphi, z) \operatorname{Cos} \varphi \cdot Rd \varphi dz;$$

$$F_y = -\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{0}^{2\pi} P(\varphi, z) \operatorname{Sin} \varphi \cdot Rd \varphi dz.$$

Интегрирование можно провести численным методом, например, по правилу Симпсона. Выражения определяют силы, действующие на ротор. Так как при решении уравнений Рейнольдса мы пренебрегали инерционными членами, то силы, действующие на наружную поверхность, равны силам, действующим на внутреннюю поверхность, но противоположны по направлению.

Градиенты сил или мгновенные значения динамических коэффициентов жесткости и демпфирования определятся как

$$\begin{bmatrix} K_{ij} \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial F_i}{\partial X_j} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} C_{ij} \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial F_i}{\partial \dot{X}_j} \end{bmatrix}.$$

Более подробно общая теория гидродинамического демпфера представлена в Приложении 1.

3.5. Приближенные модели для определения динамических характеристик демпфера

В ряде случаев при расчете динамических характеристик демпферных опор удобно пользоваться упрощенными моделями жидкостной пленки. Эти модели получаются из аналитического решения уравнения Рейнольдса, и позволяют получить динамические харакктеристики при следующих дополнительных допущениях:

1) Втулка демпфера прецессирует по круговым орбитам в зазоре жидкости. Если в конструкции демпферной опоры предусмотрена разгрузка веса, то ротор совершает круговую прецессию относительно центра подшипника. Во всех остальных случаях это допущение вносит определенную погрешность в расчеты;

2) Поле давления жидкости симметрично относительно средней линии рабочей поверхности демпфера. Для "короткого" демпфера функция давления в осевом направлении описывается параболой, для "длинного" давление в осевом направлении принимается постоянным;

 В качестве модели кавитирующей пленки используется π – пленка, либо 2π пленка. В первом случае зона кавитации составляет половину длины всей окружности зазора, во втором случае кавитирующих зон нет. При расчете давления в масляном слое демпфера при наличии уплотнений используется схема "длинного" демпфера, при отсутствии уплотнений используется схема "короткого" демпфера. При наличии маслопитающей канавки в расчетах используется схема "короткого" демпфера.

Зная распределение давления по всей поверхности кольцевой щели для каждого значения эксцентриситета, можно рассчитать гидравлическую силу масляной пленки. Такой подход позволяет получить аналитическое выражение для функции давления, и далее получить аналитические выражения опорных реакций демпфера при движении вибратора, табл.4.

"короткий" дем	пфер
«π –пленка"	"2 <i>π</i> – пленка"
$F_r = \mu R \frac{L^3}{c^2} \left[\frac{\pi}{2} \frac{1 + 2\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{5/2}} \dot{\varepsilon} + \frac{2\Omega \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^2} \right]$	$F_r = \pi \mu R \frac{L^3}{c^2} \frac{1 + 2\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^{5/2}} \dot{\varepsilon}$
$F_t = \mu R \frac{L^3}{c^2} \left[\frac{2\varepsilon \dot{\varepsilon}}{(1-\varepsilon^2)^2} + \frac{\pi}{2} \frac{\Omega \varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}} \right]$	$F_t = \pi \mu R \frac{L^3}{c^2} \frac{\Omega \varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}}$
$\frac{RL^{3}\mu\omega}{\delta^{3}}\cdot\frac{2\varepsilon}{\left(1-\varepsilon^{2}\right)^{2}}$	
"длинный",	демпфер
π - пленка	2π - пленка
$F_r = 6\mu L \frac{R^3}{c^2} \left[\frac{\pi \dot{\varepsilon}}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} + \frac{4\Omega \varepsilon^2}{(2 + \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2)} \right]$	$F_r = 12\pi\mu L \frac{R^3}{c^2} \frac{\dot{\varepsilon}}{(1-\varepsilon^2)^{3/2}}$
$F_t = 12\mu L \frac{R^3}{c^2} \left[\frac{2\dot{\varepsilon}}{(1-\varepsilon)(1-\varepsilon^2)} \right]$	$F_t = 24\pi\mu L \frac{R^3}{c^2} \frac{\Omega\varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}}$
$+\frac{\pi\Omega\varepsilon}{(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2}}\Big]$	

Таблица 5. Аналитические выражения реакций демпфера во вращающейся системе координат

Для случая круговых прецессий коэффициенты жесткости и демпфирования можно вычислить следующим образом:

$$K = -\frac{F_r}{e} ; C = -\frac{F_t}{e},$$

где F_r - радиальная составляющая гидродинамической силы; F_t - тангенциальная составляющая гидродинамической силы.

Динамические характеристики демпфера - жесткость *К* и демпфирование *С* для стационарных режимов показаны в табл.6.

Рабочая	"Короткий" демпфер				
длина пленки	π – пленка	2π - пленка			
K	$\frac{RL^{3}\mu\omega}{\delta^{3}}\cdot\frac{2\varepsilon}{(1-\varepsilon^{2})^{2}}$	0			
С	$\frac{RL^3\mu}{2\delta^3}\cdot\frac{\pi}{\left(1-\varepsilon^2\right)^{3/2}}$	$\frac{RL^{3}\mu}{\delta^{3}}\cdot\frac{\pi}{\left(1-\varepsilon^{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$			
Рабочая	"Длинны	й" демпфер			
длина пленки	π – пленка	2π - пленка			
K	$\frac{R^{3}L\mu\omega}{\delta^{3}}\cdot\frac{24\varepsilon}{(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})}$	0			
С	$\frac{R^{3}L\mu}{\delta^{3}} \cdot \frac{12\pi}{(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{R^{3}L\mu}{\delta^{3}} \cdot \frac{24\pi}{\left(2+\varepsilon^{2}\right)\left(1-\varepsilon^{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$			

Таблица 6. Коэффициенты жесткости и демпфирования

Полученные тем или иным способом решения для "короткого" или "длинного" демпферов можно использовать для расчета динамических характеристик демпферов с различными граничными условиями.

На рис. 21 приведены некоторые схемы демпферов, которые можно рассчитать с помощью рассмотренных алгоритмов и которые можно классифицировать по двум основным признакам: 1) наличию или отсутствию торцевых уплотнений; 2) по способу подвода масла.

На рис. 21, *а* показан демпфер без торцевых уплотнений. Масло поступает через одно или несколько подающих отверстий. Для его описания можно использовать параболическое распределение давления по длине демпфера, как показано на диаграмме. Демпфер "короткий".

На рис. 21, б и *приведены* демпферы с торцевыми уплотнениями. Расход масла через уплотнения мал, поэтому давление по длине демпфера можно считать постоянным и рассматривать течение масла только в окружном направлении. Демпфер "длинный".

Схемы (рис. 21, *г*, *д* и *е*) отличаются от рассмотренных выше наличием кольцевой канавки, через которую подается масло. В этом случае рабочая длина демпфера делится на две самостоятельные части с распределением давления по длине, зависящим от наличия торцевых уплотнений и положения канавки, как показано на диаграммах.



Рис. 20. Гидравлические схемы демпферов и распределение давления по длине масляного слоя

Аналитические выражения применимы с некоторыми ограничениями соотношений геометрических размеров демпферов, в диапазоне которых приближения «короткого» или «длинного» демпфера можно считать справедливыми. Кроме того аналитический подход позволяет лишь грубо учесть явление кавитации, учитывая только полный « 2π - пленка», либо половинный « π - пленка» охват вибратора смазкой. Тем не менее, именно эти приближения являются наиболее часто используемыми.

Более подробно теория выбора модели гидродинамического демпфера с определением модели кавитации для включения в модель роторной системы представлена в Приложении 2.

3.6. Основные свойства гидродинамических демпферов

Отметим некоторые свойства гидродинамических демпферов, полученные при анализе аналитических решений с принятыми выше допущениями и подтвержденные экспериментально.

- Для гидродинамических демпферов с достаточной степенью точности можно считать, что коэффициент демпфирования при эксцентриситетах до 0.4...0.5 является постоянным.
- Увеличение давление подачи масла в зазор демпфера уменьшает протяженность зоны кавитации в демпфере.
- Для полностью некавитирующей масляной пленки, в условиях круговой прецессии с постоянным эксцентриситетом, гидродинамическая жесткость исчезает.
- Демпфирование в некавитирующем подшипнике в два раза выше, чем в кавитирующем подшипнике.
- Для некавитирующего демпфера требуется дополнительный упругий элемент, воспринимающий радиальные нагрузки от ротора в виде "беличьего колеса".
- Для полностью кавитирующего демпфера и при параметре неуравновешенности > 0.5 случаев, когда коэффициент динамического усиления < 1, не отмечалось.

Нецентрированный гидродинамический демпфер является нелинейным элементом конструкции и поэтому для окончательного выбора размеров требуется нестационарный анализ совместно с ротором.

Окончательная проверка динамических характеристик демпфера и его работоспособности должна осуществляться с применением численных моделей высокого уровня, а также на полноразмерных экспериментальных установках или непосредственно на двигателе.

Как уже отмечалось, особенностью опор с гидродинамическим демпфером и упругим элементом является то, что масляная пленка демпфера практически в области низких эксцентриситетов не обладает несущей способностью, т.е. жесткость упругого элемента значительно выше жесткости пленки. Это позволяет иметь постоянную жесткость опоры во всем диапазоне рабочих оборотов и получить высокое демпфирование в некавитирующем демпфере.

Расчет жесткостных и демпфирующих характеристик масляной пленки проводится по тем же формулам, что и для опоры с гидродинамическим демпфером без упругого элемента. Отметим некоторые особенности работы гидродинамического демпфера с упругим элементом.

- Если амплитуда орбиты прецессии ротора в демпфере очень большая, то жесткость масляной пленки может стать значительно выше жесткости упругого элемента.
- Если амплитуда орбиты прецессии составляет примерно половину зазора, то постановка упругого элемента центрирует демпфер и понижает коэффициент динамического усиления.
- Однонаправленное динамическое нагружение опоры с демпфером увеличивает коэффициент динамического усиления и вызывает появление субгармонического движения вследствие нелинейных эффектов.
- Для гидродинамических демпферов с упругим элементом может существовать некоторый уровень дисбалансов, при котором амплитуда вибраций может

скачкообразно меняться от низкой к большой ("jump" феномен). При уменьшении скорости амплитуда может скачкообразно возрасти, при увеличении - уменьшиться. Этот феномен связан с практически скачкообразным изменением коэффициента динамического усиления из-за нелинейных свойств демпфера (см. Приложение 2).

 Включение гидродинамического демпфера в конструкцию опоры ротора в двигателе может привести к увеличению передаваемой динамической силы даже по сравнению с жесткими опорами, если демпфер работает в рабочем диапазоне частот, где частотное отношение ω/ω_c< 1.4. Эту область следует избегать при проектировании демпфера.

3.7. Согласование динамических характеристик демпфера и роторной системы

Так как жесткостная и демпфирующая характеристики гидродинамической опоры зависят от амплитуды прецессионного движения вала ротора в зазоре (т.е от нагрузки, возникающей при вращении ротора), то необходимо проводить согласование динамических характеристик ротора и гидродинамического демпфера, чтобы обеспечить полученные при параметрическом анализе коэффициенты жесткости и демпфирования. Согласование динамических характеристик ведется по следующей схеме.

1. Для выбранных значений параметров геометрии демпфера (диаметра, длины, зазора и рабочего эксцентриситета (обычно *ε*₀ = 0.4...0.5)) рассчитываются коэффициенты жесткости и демпфирования. Желательно, чтобы значения этих коэффициентов находились вблизи оптимальных значений, полученных в параметрическом анализе.

2. Определяются перемещения и нагрузки в динамической системе ротора от заданного распределения дисбалансов. По перемещению в демпфере определяется относительный эксцентриситет *є*₁.

3. Полученное значение относительного эксцентриситета ε_1 сравнивается с первоначально заданным ε_0 . Если оно отличается, то исходное значение эксцентриситета изменяется и вычисления по пп.1 и 3 повторяются. Расчет ведется до совпадения значений ε_0 и ε_1 . При выполнении этого условия найденные значения коэффициентов, а также перемещений и нагрузок являются расчетными.

4. Проводятся аналогичные расчеты для других зазоров в демпфере. В результате строится зависимость коэффициентов жесткости и демпфирования гидродинамического демпфера в динамической системе ротора от величины зазора. Полученная зависимость позволяет определить зазор в демпфере, при котором коэффициенты жесткости и демпфирования близки к оптимальным, полученным ранее в параметрическом анализе динамической системы ротора или двигателя в целом.

5. Если расчеты не позволяют приблизиться к оптимальным коэффициентам, меняют другие геометрические параметры демпфера (длину или диаметр). В процессе расчетов может возникнуть ситуация, при которой выбранная схема ротора ни при каких условиях не удовлетворяет требованиям по перемещениям и нагрузкам в опоре. В этом случае меняется схема демпфера.

Процедура согласования может быть успешно применена для центрированных демпферов. Для нецентрированных гидродинамических демпферов данная процедура не приводит к повышению точности расчетов.

4. РАСЧЕТЫ УПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ ОПОР

4.1. Общие замечания

В настоящем разделе представлены два типа упругих элементов, наиболее часто используемые в конструкциях упруго-демпферных опор – "беличье колесо" и "кольцо Аллисона".

4.2. Расчет упругого элемента, типа "беличье колесо"

Жесткость упругого элемента вычисляется по формуле [5]

$$K = \frac{nEab(a^2 + kb^2)}{2l^3},$$

где *n* - число стержней опоры; *a*, *b*, *l* - соответственно ширина, толщина и длина одного стержня опоры; *E* - модуль упругости 1-го рода материала упругого элемента при рабочей температуре;

 $k = \frac{1}{\left(1 + \frac{2\sqrt{ab}}{l}\right)^3}$ - поправочный коэффициент, зависящий от геометрии упругой опоры.

Максимальные динамические напряжения в стержнях упругого элемента

$$\sigma_{d} = \frac{3E\delta}{l^{2}} \left(k^{\frac{2}{3}} b \cos \varphi + a \sin \varphi \right),$$
где
$$\varphi = \arctan \frac{a}{bk^{\frac{2}{3}}} + n\pi,$$

 δ - радиальный зазор в опоре.

Статический прогиб под действием силы веса ротора, приходящегося на рассчитываемую опору, равен

$$\delta_0 = G/K.$$

Статические напряжения в стержнях под действием весовой нагрузки

$$\sigma_{\delta_0} = \sigma_d \, \frac{\delta_0}{\delta}$$

Чтобы подшипник занимал центральное положение в опоре и зазор был равномерен по окружности, необходимо центрирующую окружность в месте присоединения упругой втулки сдвинуть вверх на величину δo .

Запас по пределу выносливости в стержнях упругого элемента определяется величиной динамических напряжений σ_{α} и статических напряжений σ_{m} по формуле

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{\neg -1} - \psi_{\sigma} \sigma_{m}}{\left(k_{\sigma}\right)_{d} \sigma_{\alpha}},$$

где $\sigma_{-1} = 0.85\sigma_{-1}$ - предел выносливости плоского лабораторного образца; σ_{-1} – предел выносливости круглого лабораторного образца; ψ_{σ} - коэффициент, характеризующий чувствительность материала к асимметрии цикла;

$$(k_{\sigma})_{d} = \frac{k_{\sigma} + k_{\sigma}^{n} - 1}{\varepsilon_{\sigma}}$$
 - коэффициент выносливости детали;

 k_{σ} - эффективный коэффициент концентрации напряжений; k_{σ}^{n} - коэффициент состояния поверхности; ε_{σ} - масштабный фактор.

Следует иметь в виду, что в ряде случаев требования жесткости и прочности упругого кольца противоречат друг другу. В этом случае можно перейти к так называемой "двухъярусной" схеме упругого элемента, когда в конструкции реализуется два соосных "беличьих колеса".

4.3. Жесткость упругого элемента типа "беличье колесо" с учётом скруглений

Жесткость упругого элемента типа "беличье колесо" можно определить с учётом скруглений при переходе балочек к фланцам, рис. 22.



Рис. 21. Конструкция стержневого элемента «беличьего колеса»: h – высота, b₀ – ширина в центральной части, r – радиус скругления пазов, l – длина

$$k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\int_{0}^{l} \frac{(l-z)\left(\frac{l}{2}-z\right)}{E\left(\frac{a(z)b^{3}}{12}\sin^{2}\left(\frac{2\pi i}{n}\right)+\frac{b(a(z))^{3}}{12}\cos^{2}\left(\frac{2\pi i}{n}\right)\right)} dz + \int_{0}^{l} \frac{k_{A}}{Gba(z)} dz$$

$$\Gamma \square e = \begin{cases} a_{0} + 2r - 2\sqrt{2zr - z^{2}}, \ 0 \le z < r \\ a_{0}, \ r \le z < l - r \\ a_{0} + 2r - 2\sqrt{2zl + 2lr - 2zr - z^{2} - l^{2}}, \ l - r \le z < l - r \end{cases}$$

где *a*₀, *b*, *l* - соответственно ширина, толщина и длина одного стержня опоры, *r* – радиус скругления стержней.

Учет скруглений может увеличить жесткость "беличьего колеса" до 30%.

4.4. Расчет упругого кольца ("кольцо Аллисона")

Предполагается, что к настоящему моменту проведен параметрический анализ динамической системы газотурбинного двигателя, определены необходимые величины коэффициентов жесткости k, демпфирования c и хода упругого кольца δ_0 .

При проектировании демпферной опоры с упругим кольцом следует иметь в виду следующее.

1. Настоящая методика дает возможность определить основные размеры демпфера с упругим кольцом, провести подбор упругого кольца демпфера в соответствии с величиной требуемой податливости и условиями прочности.

2. Отсутствие аналитических расчетных методов определения демпфирующей способности не позволяет определить количество и диаметр перепускных отверстий в упругом кольце. Вместе с тем применение современных программных средств CFD позволяет решить этку задачу и определить коэффициенты демпфирования. Депфирующая способность демпферов с упругими кольцами может быть сравнима с демпфированием в обычном щелевом гидродинамическом демпфере.

3. Доводка демпферной опоры с упругим кольцом (уточнение демпфирующих характеристик) проводится на экспериментальной установке.

4. Окончательная проверка работоспособности проводится на двигателе.

Ниже представлена методика подбора основных размеров упругого кольца

1. Диаметры $D \ u \ D_1$ кольца подбираются по отраслевому стандарту ОСТ 1 14724-90.

В качестве примера приведем значения параметров некоторых упругих колец, отличающихся посадочным размером (рис. 10), табл. 7.

Размеры, мм						
D	D1	d	b	Ширина	δ,	Кол-во
H6	K5	-10	h15	кольца	не более	выступов
				<i>b1</i>		n
				h11		
224	229	40	8	33	0.382	12
					0.266	14
229	234				0.280	14
					0.208	16
234	239]		35	0.294	14
					0.218	16
236	242]			0.240	14

Таблица 7. Значения параметров упругих колец, отличающихся посадочным размером D (из ОСТ 1 14724-90)

		50	10	38	0.180	16
242	248				0.253	14
					0.190	16
266	271				0.398	14
				42	0.290	16
271	276				0.302	16
					0.231	18

Диаметры подбираются в зависимости от диаметра наружной обоймы подшипника. При этом учитывается толщина гладкого кольца, устанавливаемого непосредственно на наружную обойму подшипника.

2. Возможны конструкции опоры решения с удалением упругого кольца от наружной обоймы подшипника. В этом случае диаметры *D* и *D*₁ определяются конструктивным решением.

3. Ширину упругого кольца *b*₁ выбирают из конструктивных соображений, как правило, несколько меньше ширины обоймы подшипника.

4. Количество выступов *n* выбирается по таблице из условия получения допустимого уровня напряжений в кольце при заданных значениях податливости и хода упругого кольца.

5. По выбранным параметрам определяется податливость кольца и напряжение в кольце.

6. Кольцо устанавливают в корпус подшипника и на промежуточное гладкое кольцо по переходной посадке 5-го квалитета для поля допуска вала и 6-го квалитета поля допуска отверстия. Кроме того, проверяют на отсутствие недопустимого уменьшения хода упругого кольца вследствие температурных расширений наружной обоймы подшипника, промежуточного гладкого кольца и стакана подшипника при нагреве во время работы двигателя.

7. Упругие кольца должны иметь элементы фиксации от проворота. В случае посадок упругого кольца с натягом его податливость определяется экспериментально.

Оценку податливости упругого кольца можно проводить по следующей формуле (все геометрические размеры задаются в м (мм):

$$\alpha = \frac{(D_{\tilde{n}\tilde{o}} - 0.3 \cdot b \cdot n)^3}{0.129b_1 E n^4 s^3} \left[1 - \left(1 - \frac{s^3}{s_{\tilde{a}\tilde{u}\tilde{n}\tilde{o}}^3} \right) \left(1.45A - 0.9A^2 + 0.2A^3 \right) \right],$$

где $D_{n\delta} = \frac{D + D_1}{2};$ *D* - внутренний диаметр кольца; D_1 - наружный диаметр кольца; *b* - ширина кольца; *s* - толщина кольца;

$$s = \frac{D_1 - D}{2} - 2\delta$$

 δ – ход кольца (высота выступа);

$$S_{\hat{a}\hat{u}\,\tilde{n}\hat{o}} = s + \delta$$
,

Е - модуль упругости (Е=196 ГПа (20000 кгс/мм²); *n* - число выступов;

$$A = \frac{\left(b\sqrt{d\delta}\right)n}{D_{\tilde{n}\delta}},$$

d - диаметр инструмента; *b* - ширина выступа на кольце.

Напряжение в кольце определяется по формуле

$$\sigma = 1.1 Es_{\hat{a}\hat{u}\,\hat{n}\hat{o}} \left(\frac{n}{D_{cp}}\right)^2 \delta$$
.

Запас по пределу выносливости определяется по формуле, аналогичной для упругого элемента

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{\neg -1} - \psi_{\sigma} \sigma_{m}}{\left(k_{\sigma}\right)_{d} \sigma_{\alpha}}$$

5. ПРИМЕРЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДЕМПФЕРНЫХ ОПОР РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

5.1. Проектирование опоры с гидродинамическим демпфером

Спроектировать опору ротора с гидродинамическим демпфером.

<u>Исходные данные:</u>

- демпфер с торцевыми уплотнениями, нецентрированный;
- диаметр демпфера (из конструктивных соображений D = 150 мм);
- масло МК-22 (динамическая вязкость при 100°C = 2.05·10⁻² Hc/м²);
- жесткость опоры $K = 0.8 \cdot 10^7 \, \text{H/m};$
- демпфирование *C* > 15000 Hc/м;
- рабочая частота вращения ротора, на которую настраивается демпфер $\omega = 800 \text{ c}^{-1}$;
- масса, приходящаяся на опору $m_B = 50$ кг.

1. Используя рекомендуемое значение гравитационного параметра, определяем оптимальный зазор в демпфере δ.

Примем значение параметра $\overline{W} = 0.1$. С учетом $W_B = m_B g$ имеем

$$\delta = \frac{W_B}{m_B \omega^2 \overline{W}} = (50.9.81)/(50.800^2 \cdot 0.1) = 0.000153 \text{ M} = 0.153 \text{ MM}.$$

2. По параметру B = 0.1 определим длину демпфера *Lэкв*.

$$B = \frac{\mu \cdot R \cdot L_{\hat{y}\hat{e}\hat{a}}^3}{m_B \cdot \omega_C \cdot \delta^3},$$

откуда

$$L_{_{\mathcal{H}\mathcal{G}}} = \sqrt[3]{\frac{B \cdot m_B \cdot \omega_C \cdot \delta^3}{\mu \cdot R}} = \sqrt[3]{\frac{0.1 \cdot 50 \cdot 800 \cdot (0.153 \cdot 10^{-3})^3}{2.05 \cdot 10^{-2} \cdot 0.075}} = 0.021 \text{ m} = 21 \text{ mm}.$$

 Выберем схему уплотненного демпфера с отверстиями для подачи масла. В этом случае демпфер рассчитывается по схеме "длинного" демпфера. Можно принять, что длина демпфера L = L_{экв}.

4. По имеющимся приближенным зависимостям рассчитаем динамические характеристики демпфера - жесткость и демпфирование.

Так как мы проектируем нецентрированный гидродинамический демпфер, то он должен обладать определенной несущей способностью, т.е. жесткостью. Поэтому будем рассматривать граничные условия в виде "π-пленки".

Для эксцентриситета $\varepsilon = 0.4$ имеем

$$K = \frac{R^{3}L\mu\omega}{\delta^{3}} \cdot \frac{24\varepsilon}{(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})} =$$

$$=\frac{0.075^{3} \cdot 0.021 \cdot 2.05 \cdot 10^{-2} \cdot 800}{(0.153 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{24 \cdot 0.4}{(2+0.4^{2})(1-0.4^{2})} = 0.214 \cdot 10^{9} \text{ H/m};$$

$$C = \frac{R^{3}L\mu}{\delta^{3}} \cdot \frac{12\pi}{(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})^{\frac{1}{2}}} =$$
$$= \frac{0.075^{3} \cdot 0.021 \cdot 2.05 \cdot 10^{-2}}{(0.153 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{12 \cdot 3.14}{(2+0.4^{2})(1-0.4^{2})^{\frac{1}{2}}} =$$
$$= 0.965 \cdot 10^{6} \,\mathrm{Hc/M}.$$

Полученные значения жесткости и демпфирования значительно выше требуемых примерно на два порядка. В пределах выбранной схемы подобрать размеры, обеспечивающие необходимые жесткость и демпфирование, невозможно.

Перейдем к другой схеме демпфера - уплотненному демпферу с центральной канавкой. Для такого демпфера можно использовать теорию "короткого" демпфера (π-пленка) с приведенной длиной L_{экв} = L.

Для эксцентриситета $\varepsilon = 0.4$ имеем

$$K = \frac{RL^{3}\mu\omega}{\delta^{3}} \cdot \frac{2\varepsilon}{(1-\varepsilon^{2})^{2}} = \frac{0.075 \cdot 0.021^{3} \cdot 2.05 \cdot 10^{-2} \cdot 800}{(0.153 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{2 \cdot 0.4}{(1-0.4^{2})^{2}} = 0.224 \cdot 10^{7} \text{ H/m};$$

$$C = \frac{RL^{3}\mu}{\delta^{3}} \cdot \frac{\pi}{(1-\varepsilon^{2})^{\frac{3}{2}}} = \frac{0.075 \cdot 0.021^{3} \cdot 2.05 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot (0.153 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{3.14}{(1-0.4^{2})^{\frac{3}{2}}} = 0.811 \cdot 10^{4} \text{ Hc/m.}$$

6. Чтобы демпфер удовлетворял требуемым значениям жесткости и демпфирования, можно, например, увеличить длину демпфера в 1.5 раза.

ЗАМЕЧАНИЕ. В проведенные расчеты с самого начала внесена погрешность, так как мы пользовались решениями уравнения Рейнольдса для центрированных гидродинамических демпферов, т.е. не учитывали силу веса.

7. В случае наличия программы расчета роторных систем с нелинейными упругодемпферными опорами необходимо провести поверочные расчеты и, в частности, для различных условий нагружения роторов. 8. Проверка реально полученных характеристик демпфера и всей роторной системы должна быть проведена на экспериментальной установке.

5.2. Проектирование опоры с гидродинамическим демпфером и упругим элементом

Проектирование демпферной опоры с упругой втулкой состоит из двух частей проектирования гидродинамического демпфера и проектирования упругой втулки. Рассмотрим два примера такого проектирования.

ПРИМЕР 1. Спроектировать опору с гидродинамическим демпфером и упругим элементом типа "беличье колесо".

Исходные данные:

- суммарная жесткость опоры $K = 0.4 \cdot 10^8$ H/м;
- демпфирование *C* > 10000 Hc/м;
- частота вращения ротора n = 14000 об/мин = 1465 с⁻¹;
- вязкость масла $\mu = 0.266 \cdot 10^{-2} \text{ Hc/m}^2$;
- масса ротора, приходящаяся на опору $m_B = 33.43$ кг;
- диаметр демпфера *D* = 130 мм.

1. Используя рекомендуемое значение гравитационного параметра, определим оптимальный зазор в демпфере δ.

Примем значение параметра $\overline{W} = 0.1$. С учетом $W_B = m_B g$ имеем

$$\delta = \frac{W_B}{m_B \omega^2 \overline{W}} = (33.43 \cdot 9.81)/(33.43 \cdot 1465^2 \cdot 0.1) = = 0.000045 \text{ M} = 0.045 \text{ MM}.$$

Из технологических соображений принимаем зазор демпфера равным $\delta = 0.1$ мм. 2. По параметру B=0.1 определим длину демпфера *Lnp*.

$$B = \frac{\mu \cdot R \cdot L^{3}_{j\hat{e}\hat{a}}}{m_{R} \cdot \omega_{C} \cdot \delta^{3}},$$

откуда

$$L_{3\kappa6} = \sqrt[3]{\frac{B \cdot m_B \cdot \omega_C \cdot \delta^3}{\mu \cdot R}} = \sqrt[3]{\frac{0.1 \cdot 33.43 \cdot 1465 \cdot (0.1 \cdot 10^{-3})^3}{2.66 \cdot 10^{-3} \cdot 0.0650}} = 0.0305 \text{ m} = 30.5 \text{ mm}.$$

3. Расчет динамических характеристик демпфера. После определения основных размеров демпфера по обобщенным параметрам необходимо рассчитать динамические характеристики выбранного демпфера - жесткость и демпфирование - и согласовать их с заданными.

Используем для этой цели приближенные формулы. Рассмотрим варианты "2πпленки" и "π-пленки".

Так как мы проектируем центрированный гидродинамический демпфер, то он должен обладать жесткостью ниже жесткости беличьего колеса.

Рассмотрим схему демпфера с торцевыми уплотнениями ("длинный" демпфер) и с несколькими отверстиями для подвода масла.

Для эксцентриситета $\varepsilon = 0.4$ имеем

<u>"2*π*-пленка"</u>

$$C = \frac{R^{3}L\mu}{\delta^{3}} \cdot \frac{24\pi}{(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})^{\frac{1}{2}}} = \frac{0.065^{3} \cdot 0.0305 \cdot 2.66 \cdot 10^{-3}}{(0.1 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{24 \cdot 3.14}{(2+0.4^{2})(1-0.4^{2})^{\frac{1}{2}}} = 848250 \,\mathrm{Hc/M};$$

$$K = 0;$$

<u>"п-пленка"</u>

$$C = \frac{R^{3}L\mu}{\delta^{3}} \cdot \frac{12\pi}{(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})^{\frac{1}{2}}} = \frac{0.065^{3} \cdot 0.0305 \cdot 2.66 \cdot 10^{-3}}{(0.1 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{12 \cdot 3.14}{(2+0.4^{2})(1-0.4^{2})^{\frac{1}{2}}} =$$

$$= 424126 \text{ Hc/m};$$

$$K = \frac{R^{3}L\mu\omega}{\delta^{3}} \cdot \frac{24\varepsilon}{(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})} = \frac{0.065^{3} \cdot 0.0305 \cdot 2.66 \cdot 10^{-3} \cdot 1465}{(0.1 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{24 \cdot 0.4}{(2+0.4^{2})(1-0.4^{2})} =$$

$$= 0.173 \cdot 10^{9} \text{ H/m}.$$

Параметры жесткости и демпфирования в выбранной схеме демпфера недопустимо превышают требуемые значения. При этом в рамках данной схемы выполнить все условия не представляется возможным.

4. Рассмотрим следующие схемы демпфера:

- уплотненный демпфер с центральной канавкой для подачи масла;
- неуплотненный демпфер с несколькими отверстиями для подачи масла.

Для расчета обеих схем демпфера используются решения для неуплотненного "короткого" демпфера с приведенной длиной *L*_{экв}=30.5мм.

Будем рассматривать два возможных случая кавитации – "2 π -пленку" и " π -пленку". Для эксцентриситета $\varepsilon = 0.4$ имеем

"2π-пленка"

$$C = \frac{RL^{3}\mu}{\delta^{3}} \cdot \frac{\pi}{(1-\varepsilon^{2})^{\frac{3}{2}}} = \frac{0.065 \cdot 0.0305^{3} \cdot 2.66 \cdot 10^{-3}}{(0.1 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{3.14}{(1-0.4^{2})^{\frac{3}{2}}} = 20010 \text{ Hc/m};$$

K = 0;

"π-пленка"

$$K = \frac{RL^{3}\mu\omega}{\delta^{3}} \cdot \frac{2\varepsilon}{(1-\varepsilon^{2})^{2}} = \frac{0.065 \cdot 0.0305^{3} \cdot 2.66 \cdot 10^{-3} \cdot 1465}{(0.1 \cdot 10^{-3})^{3}} \cdot \frac{2 \cdot 0.4}{(1-0.4^{2})^{2}} = 0.815 \cdot 10^{7} \text{ H/m}.$$

C = 10005 Hc/m;

Для демпфера с отверстиями для подачи масла

$$L = L_{_{3K6}} = 30.5$$
 мм

Для демпфера с центральной канавкой

$$L_1 = L_2 = 15.25$$
 MM.

Выбранная схема и размеры неуплотненного демпфера удовлетворяют требованиям жесткости, демпфирования, а также значениям обобщенных параметров.

ЗАМЕЧАНИЕ. Следует иметь в виду, что приближенные формулы, которые использовались для расчета, не учитывают давление подачи масла, от которого зависит длина зоны кавитации. Поэтому проектирование велось таким образом, чтобы любой режим кавитации в демпфере дал приемлемые результаты.

5. Следующий шаг - проведение согласования параметров выбранного демпфера с динамическими характеристиками роторной системы.

Такая процедура должна проводиться с использованием реальных жесткостных характеристик ротора с использованием программы расчета критических частот и форм колебаний роторной системы. Здесь также должны быть получены уточненные динамические характеристики роторной системы с выбранным демпфером - нагрузки в опорах, виброскорости, перемещения.

Следует иметь в виду, что в процессе процедуры согласования значение эксцентриситета может изменяться в сторону увеличения, приближая коэффициент передачи динамических нагрузок от ротора на опору к 1.

В этом случае можно уменьшить длину демпфера либо увеличить зазор, контролируя при этом параметр *B*.

6. Проверка реально полученных характеристик демпфера и всей роторной системы должна быть проведена на экспериментальной установке.

7. Рассчитаем остаточную жесткость упругого элемента ("беличьего колеса").

 $K_{\delta} = K_{\Sigma} - K = 0.4 \cdot 10^8 - 0.0815 \cdot 10^8 = 0.3185 \cdot 10^8 \text{ H/m}.$

49

ПРИМЕР 2. Рассчитать упругие и прочностные характеристики упругой втулки типа "беличье колесо".

Исходные данные:

- вес ротора, приходящийся на опору G = 1700 H;
- максимальный радиальный зазор по ограничителю прогиба *δ*=0.275мм;
- длина прорези *l* = 75 мм;
- ширина прорези $A_p = 5$ мм;
- наружный диаметр полотна упругой втулки *D_H*=280 мм;
- внутренний диаметр полотна упругой втулки *D_e*=271 мм;
- количество стержней n = 96;
- материал опоры 18Х2Н4МА, модуль упругости 1 рода *E*=0.19·10¹² H/м²;

1. Определим ширину а и высоту *b* каждого стержня

$$a = \frac{\pi \cdot (D_H + D_B)}{2n} - A_p = \frac{3.14(280 + 271)}{2 \cdot 96} - 5 = 4.01 \text{ MM};$$
$$b = \frac{(D_H - D_B)}{2} = \frac{(280 - 271)}{2} = 4.5 \text{ MM}.$$

2. Определим жесткость К упругой втулки

$$K = \frac{nEab(a^2 + kb^2)}{2l^3} = 1.2 \cdot 10^4 \text{ H/мм},$$

где

$$k = \frac{1}{\left(1 + \frac{2\sqrt{ab}}{l}\right)^3} = \frac{1}{\left(1 + \frac{2\sqrt{4.01 \cdot 4.5}}{75}\right)^3} = 0.724.$$

3. Определяем максимальные динамические напряжения в стержнях опоры при перемещении на величину максимального радиального зазора δ =0.275 мм.

$$\varphi = \arctan \frac{a}{bk^{\frac{2}{3}}} + n\pi = \arctan \frac{4.01}{4.5 \cdot 0.806} = 47^{\circ}48';$$

$$\sigma_{d} = \frac{3E\delta}{l^{2}} \left(k^{\frac{2}{3}} b \cos\varphi + a \sin\varphi \right) = \frac{3 \cdot 1.9 \cdot 10^{5} \cdot 0.275}{75^{2}} \left(0.724^{\frac{2}{3}} \cdot 4.5 \cdot 0.6717 + 4.01 \cdot 0.7524 \right) =$$

151 Мпа.

4. Прогиб втулки от весовой нагрузки

$$\delta_0 = G/K = 1700/1.2 \cdot 10^4 = 0.14$$
 MM.

При установке упругой втулки в корпус подшипника ее смещают вверх на величину 0.14 мм. В двигателе, собранном с ротором, упругая втулка под действием веса ротора проседает на 0.14 мм, зазор по ограничителю прогиба становится равномерным по окружности и равным δ =0.275 мм.

5. Статические напряжения в стержнях под действием весовой нагрузки

$$\sigma_{\delta_0} = \sigma_d \frac{\delta_0}{\delta} = 152(0.14/0.275) = 77.5$$
 Мпа

6. Запас по пределу выносливости для 18Х2Н4МА

$$σ_{-1} = 650 \text{ Mπa}; \ ψ_{\sigma} = 0.85; k_{\sigma} = 1.4; k_{\sigma}^{n} = 1.25; \varepsilon_{\sigma} = 1;$$

$$\sigma_{\neg -1} = 0.85\sigma_{-1} = 0.85^{\circ} 650 = 552.5$$
 MII

$$\left(k_{\sigma}\right)_{d} = \frac{k_{\sigma} + k_{\sigma}^{n} - 1}{\varepsilon_{\sigma}} = 1.65;$$

для рассматриваемых условий работы

$$\sigma_a = \sigma_d = 151 \text{ MIa}; \quad \sigma_m = \sigma_{\delta 0} = 77.5 \text{ MIa};$$
$$n_\sigma = \frac{\sigma_{\neg \neg 1} - \psi_\sigma \sigma_m}{(k_\sigma)_d \sigma_\alpha} = (552.5 - 0.85 \cdot 77.5)/(1.65 \cdot 151) = 1.96$$

Запас по выносливости должен быть не менее 1.3.

5.3. Расчет демпферной опоры с упругим кольцом

Спроектировать демпферную опору с упругим кольцом.

<u>Исходные данные:</u>

- внутренний диаметр подшипника $D_1 = 30$ мм;
- наружный диаметр кольца подшипника $D_2 = 60$ мм;
- требуемая жесткость упругого кольца $K = 0.2 \cdot 10^7$ H/м;
- масса, приходящаяся на опору, m = 15 кг;
- материал кольца 40ХНМА, модуль упругости 1 рода *E*=0.19[·]10¹² Н/м²;
- коэффициент перегрузки *n* = 2.5;
- допустимый дисбаланс ротора по упругой опоре $(me)_d = 20$ гсм;
- коэффициент динамического усиления колебаний цапфы вала в опоре $k_d = 4$.
- 1. Определяем возможную радиальную упругую деформацию опоры и ход упругого

кольца:

$$e = \frac{(me)_d}{m} = 20.10^{-5} / 15 = 0.13 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.013 \text{ mm};$$

$$\delta_0 = \frac{mn}{K}g + k_d e = (15 \cdot 2 / 0.2 \cdot 10^7) \cdot 9.81 + 4 \cdot 0.13 \cdot 10^{-4} =$$

= 1471.5 \cdot 10^{-7} + 0.52 \cdot 10^{-4} = 1.99 \cdot 10^{-4} m = 0.19 mm.

2. Определяем внутренний диаметр упругого кольца.

Кольцо обычно устанавливается на наружную обойму подшипника через промежуточную втулку. Для нашего случая толщина втулки подобрана из табл. 7 по ближайшему внутреннему диаметру кольца D=65мм и равна 2.5 мм. Наружный диаметру упругого кольца данного типоразмера равен $D_1 = 68$ мм.

Из условия, что ход упругого кольца $\delta_0 < \delta_{max}$, определяем количество выступов - n = 6. Остальные размеры - ширина выступа кольца b = 5 мм, диаметр инструмента (фрезы) d = 20 мм.

- 3. Принимаем ширину кольца из конструктивных соображений $b_1 = 14$ мм.
- 4. Толщина кольца

$$s = ((D_1 - D)/2) - 2 \delta_0 = ((68 - 65)/2) - 2 \cdot 0.19 = 1.5 - 0.38 = 1.12$$
 MM.

5. Определяем податливость (жесткость кольца)

$$D_{c p} = \frac{D_2 + D_1}{2} = (65 + 68)/2 = 66.5 \text{ MM};$$

$$s_{ddi \,\bar{n}\dot{o}} = s + \delta = 1.12 + 0.19 = 1.31 \text{ MM};$$

$$A = \frac{\left(b\sqrt{d\delta}\right)n}{D_{\bar{n}\dot{o}}} = \frac{\left(5\sqrt{20 \cdot 0.19}\right)6}{66.5} = 0.879;$$

$$\alpha = \frac{\left(D_{-p} - 0.3 \cdot b \cdot n\right)^3}{0.129 b_1 E n^4 s^3} \left[1 - \left(1 - \frac{s^3}{s_{di \bar{n}\dot{o}}}\right)\left(1.45 \cdot A - 0.9 \cdot A^2 + 0.2 \cdot A^3\right)\right] = =$$

$$\frac{\left(66.5 - 0.3 \cdot 5 \cdot 6\right)^3}{0.129 \cdot 14 \cdot 1.9 \cdot 10^5 \cdot 6^4 \cdot 1.12^3} \left[1 - \left(1 - \frac{1.12^3}{1.31^3}\right) \cdot (1.45 \cdot 0.879 - 0.9 \cdot 0.879^2 + 0.2 \cdot 0.879^3)\right] = 227 \cdot 10^{-6}$$

мм/Н.

Жесткость $K = 0.449 \cdot 10^{7}$ H/м.

6. Напряжение в кольце определяется по формуле

$$\sigma = 1.1 E s_{\hat{a}\hat{u}\,\hat{n}\hat{o}} \left(\frac{n}{D_{cp}}\right)^2 \delta = 1.1 \cdot 1.9 \cdot 10^5 \cdot 1.31 \left(\frac{6}{66.5}\right)^2 0.19 = 420 \text{ Mma.}$$

7. Запас по пределу выносливости для 40ХНМА:

$$σ_{-1} = 500 \text{ Mπa}; \quad ψ_{\sigma} = 0.3; \quad k_{\sigma} = 1.1; \quad k_{\sigma}^{n} = 1.1; \quad \varepsilon_{\sigma} = 1;$$

 $σ_{-1} = 0.85 \sigma_{-1} = 0.85^{\circ} 500 = 425 \text{ Mπa};$

$$(k_{\sigma})_d = \frac{k_{\sigma} + k_{\sigma}^n - 1}{\varepsilon_{\sigma}} = 1.2.$$

Напряжения в пролете кольце меняются по циклическому закону. Поэтому

$$σ_a = σ_d/2 = 210 \text{ MΠa}; \quad σ_m = σ_d/2 = 210 \text{ Mπa}.$$

 $n_\sigma = \frac{\sigma_{--1} - \psi_\sigma \sigma_m}{(k_\sigma)_d \sigma_\alpha} = (425 - 0.3 \cdot 210)/(1.2 \cdot 210) = 1.436$

Запас по выносливости должен быть не менее 1.3-1.4.

Жесткость кольца получилась примерно в два раза больше необходимой. Ее можно откорректировать за счет ширины упругого кольца либо толщины последующими итерациями с проверкой по напряжениям.

5.4. Список использованных источников

1. Хронин Д.В. Колебания в двигателях летательных аппаратов: Учебник - М.: Машиностроение, 1980. - 296 с.

2. Белоусов А.И., Балякин В.Б., Новиков Д.К. Теория и проектирование гидродинамических демпферов опор роторов/ Под ред. А.И. Белоусова. Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2002. 335 с.

3. P.D. Hylton, S.A. Klusman, R.J. Trippett. Optimization of supercritical rotor system for the T406 engine. Allison Gas Turbine, Division General Motors, Corporation Indianapolis, Indiana, AIAA-88-2890,1988. P 5.

4. Моухэн, Хан. Расчет демпфирующих опор со сдавливаемой пленкой для жестких роторов // Конструирование и технология машиностроения. – 1974. - №3. - С.160-168.

5. Сергеев С. И. Демпфирование механических колебаний. М: Гос. изд-во физикоматематической литературы, 1959. 408 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 Общая теория гидродинамического демпфера *)

П1.1. Общие замечания

Гидродинамические демпферы в опорах роторов авиационных газотурбинных двигателей ГТД получили широкое распространение. Их применение позволяет снизить уровень вибраций в конструкциях двигателей, нагрузки в подшипниковых узлах, напряжения в деталях и узлах. Существует колоссальное количество работ в области теоретического и экспериментального исследования, как гидродинамики демпферов, так и в области их проектирования для роторных систем. Основные принципы проектирования и математического моделирования гидродинамических демпферов можно найти, например, в работах [1 - 4].

Однако гидродинамический демпфер по-прежнему остается одним из сложных элементов роторной системы с точки зрения его проектирования, моделирования и анализа работы. И наиболее сложными являются вопросы, связанные с моделированием работы в составе модели роторной системы ГТД. На данный момент существующие программы моделирования динамики роторных систем позволяют производить расчеты роторов с демпферными опорами с большей или меньшей степенью приближения модели к физическому объекту. Однако правильное применение инструментов моделирования остается задачей инженера.

В основе модели демпфера как элемента роторной (механической) системы лежит математическая модель течения жидкости в зазоре. При этом с одной стороны модель демпфера должна быть максимально приближенной к физическому объекту, с другой, требовать минимальное количество вычислений для получения динамических характеристик.

П1.2 Гидродинамическая модель демпфера

Простой гидродинамический демпфер образуется поверхностью цилиндрической втулки (вибратора), фиксируемой на наружном кольце или корпусе подшипника качения, и поверхностью корпуса демпфера, рис.19. Вибратор не вращается, но может совершать вместе с валом ротора прецессионное движение.

^{– *)} В Приложении приведен материал статьи [15] Кутаков М.Н., Дегтярев С.А., Леонтьев М.К. Математические модели гидродинамических демпферов в задачах роторной динамики газотурбинных двигателей // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 1. С. 115-128. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-115-128



Рис. П1.1 Схема гидродинамического демпфера

В общем случае движение несжимаемой жидкости при ламинарном режиме течения может быть описано системой из уравнения движения (Навье – Стокса) и уравнения неразрывности (сохранения массы), которые в векторном виде можно записать [5].

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\overline{v}) = 0; \\ \rho \frac{\mathrm{d}\,\overline{v}}{\mathrm{d}\,t} = -\operatorname{grad}(p) + \operatorname{div}(2\,\mu D) + \rho \overline{f}, \end{cases}$$
(1)

где \bar{v} – вектор скоростей, ρ – массовая плотность, p – статическое давление, \bar{f} – вектор массовых сил, D – тензор скоростей деформации элементарного жидкого объема.

Система (1) включает уравнения в частных производных, которые, вместе с граничными и начальными условиями, могут быть решены численно, с использованием специальных методов, например, метода конечных элементов или метода конечных объемов [6]. Существует множество программных пакетов для решения задач гидродинамики общего назначения как коммерческих (ANSYS CFX, Fluent и т.д.), так и свободных (OpenFOAM, CodeSaturn и т.д.), которые могут быть применены для решения данной задачи. Например, авторы работы [7] произвели моделирование течения жидкости в гидродинамическом демпфере с помощью CFD пакета общего назначения ANSYS CFX. При этом для достижения приемлемой точности моделирования размерность задачи составила более миллиона степеней свободы, для современных ЭBM не критическая, однако требующая значительного времени для выполнения вычислений. В результате была получена трехмерная картина течения жидкости в зазоре демпфера.

Использование CFD пакетов общего назначения позволяет учитывать большую часть особенностей движения жидкости, таких как турбулентность потока, кавитацию, температурную неравномерность, теплообмен со стенками при минимальном наборе

допущений. CFD расчет является наиболее полным и потенциально точным способом моделирования течения в демпфере, доступным инженеру, но обладает основным недостатком – большим объемом требуемых вычислений.

Для упрощения задачи можно воспользоваться основным свойством гидродинамических демпферов – зазор в демпфере много меньше остальных размеров – длины окружности и ширины подшипника.

$$\varepsilon = \frac{c}{R} = \boldsymbol{O}(10^{-3}), \tag{2}$$

где *с* – номинальный радиальный зазор в демпфере, *R* – радиус вибратора. Английский ученый О.Рейнольдс основываясь на свойстве (2), справедливом также для подшипников скольжения, и ряде допущений [8]:

а) жидкость несжимаема;

б) вязкость жидкости постоянна во всем объеме;

в) инерция жидкости не учитывается;

г) эффекты турбулентности не учитываются,

получил уравнение, описывающее течение жидкости в зазоре подшипника скольжения, которое можно записать в полярной системе координат в виде:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{2} \omega \frac{\partial h}{\partial \varphi}, \tag{3}$$

где R – радиус цапфы вала (в случае демпфера радиус вибратора), μ – динамическая вязкость жидкости, h – радиальный зазор между цапфой вала и корпусом, ω – угловая скорость вращения цапфы вала, φ, z – угловая и осевая координата. Вывод уравнения Рейнольдса из системы (1) достаточно полно описан, например, в [5].

В отличие от подшипников скольжения в демпферах цапфа вала заблокирована от вращения, следовательно, угловая скорость равна 0, и тогда:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}.$$
 (4)

Вибратор и корпус представляют собой два параллельных цилиндра, при этом перекосы осей не учитываются. Функция распределения зазора по окружности:

$$h(\varphi) = c - X\cos(\varphi) - Y\sin(\varphi), \tag{5}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\dot{X}\cos(\phi) - \dot{Y}\sin(\phi), \tag{6}$$

где *X*,*Y* – координаты центра вибратора, *X*,*Y* – скорости центра вибратора. Уравнение (4) примет вид

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \phi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = -\dot{X} \cos(\phi) - \dot{Y} \sin(\phi).$$
(7)

Уравнение (7) является уравнением в частных производных эллиптического типа относительно давления *p*. Для его решения необходима постановка граничных условий. При определении граничных условий следует обратиться к физической сущности объекта моделирования. Построим развертку простого цилиндрического демпфера 0, которая представляет собой расчетную область Ф.



Рис. П1.2 Развертка расчетной области

Так как расчетная область является замкнутой, необходимо задать периодическое граничное условие на границах Γ_1, Γ_2 :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial \overline{n}} \Big|_{\Gamma_1} + \frac{\partial p}{\partial \overline{n}} \Big|_{\Gamma_2} = 0; \\ p_{\Gamma_1} = p_{\Gamma_2}, \end{cases}$$
(8)

где \overline{n} – нормаль к границе. Для определения граничных условий на торцах Γ_e , необходимо определить тип торцевых уплотнений. На П1.3 изображены некоторые варианты торцевых уплотнений.



Рис. П1.3 Типы торцевых уплотнений демпферов: а) открытые торцы; б) поршневые кольца; в) щелевые уплотнения

Для демпфера с открытыми торцами, изображенного на рис. П1.3 а), граничным условием является давление окружающей среды, чаще всего нормальное атмосферное, то есть нулевое избыточное. Таким образом граничное условие можно записать:

$$p(\varphi)\big|_{\Gamma_a} = p_a = 0, \tag{9}$$

где p_a – давление окружающей среды. Для уплотненного демпфера, изображенного на П1.3 б), в идеальном случае, при отсутствии утечек через торцевые уплотнения, граничное условие устанавливается в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial \overline{n}}\Big|_{\Gamma e} = 0. \tag{10}$$

В случае демпфера со щелевыми уплотнениями граничное условие (рис. П1.3 в) будет выглядеть:

$$\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \overline{n}}\Big|_{\Gamma_{\rm e}} = q, \tag{11}$$

где q = f(p) – объемный расход масла через уплотнение, определяемый перепадом давления и гидравлическим сопротивлением в уплотнении. Для учета торцевых утечек через уплотнения демпфера типа б) можно применить граничное условие (11). Условий (8) - (11) достаточно для решения уравнения (7).

В реальной работе в демпферах наблюдается явление газовой и паровой кавитации. Экспериментальное исследование кавитации в демпферах представлено в работе [9]. Газовая кавитация представляет собой выделение из жидкости растворенных в ней газов при давлении в жидкости ниже равновесного давления растворенного газа. Паровая кавитация представляет собой вскипание жидкости при давлении ниже давления насыщенного пара для используемой жидкости. Чаще возникает газовая кавитация так как давление насыщенного пара для нефтяных масел находится ниже равновесного давления растворенного газа, кроме того, при давлении в пленке ниже давления окружающего газа происходит прорыв газа внутрь зоны с пониженным давлением. Для учета кавитации в расчете необходимо дополнить граничные условия выражениями, которые будут определять границу зоны кавитации C.

$$C = \partial \Phi_r \cap \partial \Phi_p;$$

$$\Phi_r \stackrel{\Delta}{=} \{ x \in \Phi | p(x) = 0 \};$$

$$\Phi_p \stackrel{\Delta}{=} \{ x \in \Phi | p(x) > 0 \}.$$
(12)

Обзор подходов к моделированию зоны кавитации представлен в работах [10,11]. Наиболее простым для применения является условие Гюмбеля. Предполагается, что разрыв масляной пленки происходит в зоне отрицательного давления. Решение уравнения (7) производится в расчетной области Ф, давление с отрицательным значением принимается равным 0:

$$p(x) < 0 \rightarrow p(x) = 0. \tag{13}$$

Однако условия Гюмбеля не обеспечивают сохранение объемного расхода жидкости. Условия Свифта – Штибера, в некоторых источниках именуемые граничными условиями Рейнольдса, обеспечивают сохранение объемного расхода на границе зоны кавитации:

$$\frac{\partial p}{\partial \overline{n}}\Big|_{C} = 0, \quad p(x)|_{C} = 0.$$
(14)

Условия Свифта – Штибера не обеспечивают сохранение массового расхода и определяют зону кавитации лишь приблизительно. Вместе с тем условия (14) получили широкое распространение в практических расчетах.

Уравнение (7) с граничными условиями (8) - (11), (13) или (14) может быть решено численным или численно-аналитическим методом, например, методом конечных разностей, конечных элементов, конечных объемов. Размерность такой задачи будет составлять от нескольких сотен до нескольких тысяч степеней свободы, что значительно ниже, чем при использовании CFD моделирования. Применение уравнения Рейнольдса справедливо только для тонких пленок, этого достаточно для большинства задач расчета демпферов, но требует отдельного учета таких элементов, как маслораспределительная канавка, так как ее глубина уже много больше зазора в демпфере. Кроме того, базовые допущения требуют понимания границ их применимости.

В гидравлическом слое может существовать гидродинамическое течение двух типов: ламинарное и турбулентное. Ламинарный режим течения обуславливается преобладанием вязких сил, которые гасят все случайные возмущения, возникающие в жидкости. Турбулентный режим наступает, когда силы инерции преобладают над силами вязкости и любое случайное возмущение усиливается потоком. Ламинарный или турбулентный режим течения характеризуется числом Рейнольдса, которое представляет собой отношение сил инерции к силам вязкости. В демпферах скорость течения в окружном направлении будет определяться сдвиговым течением вследствие движения вибратора. При этом скорость потока в окружном направлении, как правило, выше скорости потока при напорном течении в торцы. Таким образом, возникновение турбулентности можно характеризовать числом Рейнольдса для сдвигового течения [3, с. 282]:

$$Re = \frac{\rho R \Omega e}{\mu},\tag{15}$$

где Ω – циклическая частота колебаний вибратора, e – эксцентриситет вибратора. Можно считать, что ламинарный режим течения сохраняется при числе Рейнольдса ниже некоторого критического значения. Опытным путем установлено, что критическое значение числа Рейнольдса для демпфера $Re_k \approx 1200$ [3,12]. Возникновение турбулентности может существенно влиять на картину течения и должно учитываться в расчете.

Одним из способов учета турбулентности является решение модифицированного уравнения Рейнольдса, в которое вводятся корректирующие коэффициенты турбулентности k_x, k_z .

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \phi} \left(\frac{h^3}{k_x \mu} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{k_z \mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = -\dot{X} \cos(\phi) - \dot{Y} \sin(\phi).$$
(16)

Коэффициенты k_x, k_z вычисляются в соответствии с моделями турбулентности, разработанными для течения в тонких пленках, например, на по модели турбулентности Константинеску.

Для анализа учета инерции жидкости обратимся к левой части уравнения Навье-Стокса (1).

$$\rho \frac{\mathrm{d}\,\bar{v}}{\mathrm{d}\,t} = \rho \left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla\bar{v}\right) = -\operatorname{grad}(p) + \operatorname{div}(2\mu D) + \rho\bar{f}.$$
(17)

Слагаемые в скобках получили названия соответственно локальный $\rho \frac{\partial \overline{v}}{\partial t}$ и конвективный $\rho \overline{v} \cdot \nabla \overline{v}$ члены инерции. Локальные силы инерции определяются ускорением массы жидкости в зазоре демпфера и при ускоренном движении вибратора могут быть существенными. Следовательно, локальные члены инерции следует учитывать в нестационарных задачах. Конвективные силы инерции определяются местным ускорением жидкости в потоке и оказывают меньшее по сравнению с локальными силами инерции влияние на работу демпфера [3]. Однако их учет оправдан в стационарных задачах, где локальные силы инерции малы, но при достаточно высокой частоте вращения, а также в случае применения маловязких жидкостей [1].

В [5] для подшипников скольжения вводятся два параметра, которые служат для определения влияния учета инерции жидкости на получаемый результат. Это приведенная частота Ω_* и приведенное число Рейнольдса R_{ε} :

$$R_{\varepsilon} = \left(\frac{c}{R}\right) Re,\tag{18}$$

$$\Omega_* = \frac{c^2 \Omega \rho}{\mu}.$$
⁽¹⁹⁾

Для тонких пленок учет инерции оказывает влияние на результат при $\Omega_* > 1$ и $R_{\varepsilon} > 1$. При этом можно выделить три основных случая:

- 1) $R_{\varepsilon}/\Omega_{*} \to 0, \ \Omega_{*} > 1$ требуется учет только локального члена инерции;
- 2) $\Omega_*/R_{\varepsilon} \to 0, R_{\varepsilon} > 1$ требуется учет только конвективного члена инерции;
- 3) $\Omega_*/R_{\varepsilon} \rightarrow O(1), R_{\varepsilon} > 1$ требуется учет обоих членов инерции.

В демпферах, вследствие отсутствия вращения цапфы, R_{ε} и Ω_* являются по сути одним и тем же числом. В одних источниках [1] их отношение получило название - параметр инерции, в других [13] - число Рейнольдса для тонкой пленки (англ. squeeze film Reynolds number).

При решении системы (1) инерционные силы учитываются автоматически. Задача сведения системы (1) к уравнению типа (4) при учете конвективного члена инерции жидкости является сложной. Существуют различные способы учета конвективных сил инерции, например, методом осреднения скоростей по толщине слоя [5], однако здесь они не рассматриваются. Локальный член инерции можно учесть в правой части уравнения Рейнольдса [13]:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \phi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{\rho h^2}{12\mu} \right) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}.$$
 (20)

Опираясь на анализ экспериментальных данных, авторы [1] отмечают, что учет конвективных членов инерции жидкости необходимо производить при Ω_{*} >10.

В демпферах температурная неравномерность в масляном слое зависит главным образом от двух факторов: соотношение тепловыделения вследствие диссипации механической энергии в масляном слое с расходом масла через демпферный зазор, температурная неравномерность корпуса демпфера вследствие внешнего подогрева.

В проточных демпферах и демпферах с щелевыми уплотнениями значительная часть генерируемого тепла уносится маслом, протекающим через демпфер. В уплотненных демпферах расход масла невелик, и температурная неравномерность в масляной пленке может иметь место.

Учет температурной неравномерности требует дополнительного решения уравнения сохранения энергии, которое в свою очередь значительно усложнит решение задачи. Вместе с тем, согласно оценкам [1] в проточных демпферах отсутствие учета температурной неравномерности приводит к погрешностям около 5%, для уплотненных демпферов погрешность может достигать 60% при больших значениях эксцентриситетов. Температурная неравномерность корпусов и вибратора может быть определена из соответствующего теплового расчета и также окажет влияние на течение в зазоре, но в этом случае необходимо оценивать соотношение теплопередачи между корпусом и масляным слоем и количеством тепла, уносимого маслом, прокачиваемым через демпфер.

В итоге, при анализе демпферов с открытыми торцами температурной неравномерностью можно пренебречь, для демпферов с уплотнениями может потребоваться дополнительный тепловой анализ. Для уплотненных демпферов погрешности без учета тепловой неравномерности в неблагоприятном случае не превысят 60%, что может оказаться приемлемым для некоторых типов задач. Учет тепловых эффектов в демпферах представляет собой отдельную задачу и здесь не рассматривается. Однако при моделировании демпфера необходимо оценить среднюю температуру в масляном слое для правильного задания динамической вязкости жидкости.

Уравнение (4) не может быть решено аналитическим способом в общем виде, но существуют задачи, в которых время решения уравнения имеет большое значение. Для получения аналитических выражений распределения давления в демпферном зазоре вводятся дополнительные допущения, которые можно считать справедливыми в определенных условиях. Таких допущений два.

В одном случае, можно считать, что градиент давления в окружном направлении существенно превышает градиент давления в осевом. Тогда величиной $\partial p/\partial z$ можно пренебречь. Такое допущение называется моделью «длинного» демпфера, оно справедливо при соотношении $L/D \ge 2$ [7], где L – длина вибратора, D – диаметр вибратора. Для «длинного» демпфера уравнение Рейнольдса примет вид:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \phi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \phi} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{\rho h^2}{12\mu} \right) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}.$$
(21)

Другим допущением является малость градиента давления в окружном направлении в сравнении с осевым, такая модель получила название модель «короткого» демпфера, которая применима при $L/D \le 0.5$ и относительном эксцентриситете $\varepsilon \le 0.75$ [14]. Уравнение Рейнольдса в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{\rho h^2}{12\mu} \right) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}.$$
(22)

Уравнения (21) и (22) могут быть решены аналитически совместно с граничными условиями (8) - (11). Важно отметить, что границы параметра L/D соответствуют демпферам без торцевых уплотнений 0 а), либо эквивалентным. Подробнее этот аспект рассмотрен в [2]. Демпферы с торцевыми уплотнениями 0 б) в первом приближении можно считать «длинными» независимо от отношения L/D, так как при отсутствии торцевых утечек градиент давления в направлении оси z равен 0. Наличие круговой маслораспределительной канавки приводит к появлению значительного градиента давления в осевом направлении и такой демпфер можно считать «коротким». Для демпфера с щелевыми уплотнениями (рис. П1.3 в)) выявить границы применимости аналитических уравнений достаточно сложно, так как расход масла через уплотнения и градиент давления в осевом направлении существенно зависят от величины зазора в щели и се длины. Для демпферов со щелевыми уплотнениями целесообразно решать уравнение Рейнольдса в двухмерной постановке.

Модели «короткого» и «длинного» демпфера, основанные на таких же подходах для подшипника скольжения, имеют ограничения по соотношению L/D и не предназначены для применения в диапазоне 0.5 < L/D < 2. В этом случае необходим расчет демпфера конечной длины. Для демпферов конечной длины всегда можно решить двухмерное уравнение Рейнольдса, в котором автоматически будут учтены эффекты, как кругового течения, так и течения в торцы, что даст потенциально более точные результаты по сравнению с одномерными моделями. В работе [1] приводятся способы аналитического

учета инерции жидкости, кавитации и турбулентности для «короткого» и «длинного» демпфера.

Важным аспектом является вопрос учета зоны кавитации в аналитическом решении уравнений (21) и (22). Применение условий Свифта-Штибера является нетривиальной задачей, поэтому на практике, для аналитических моделей, ограничиваются условиями Гюмбеля (так называемая « π - пленка») – половинный охват вибратора смазкой, и условиями Зоммерфельда (так называемая « 2π - пленка») – полный охват демпфера смазкой, при отсутствии зоны кавитации.

При моделировании демпфера инженеру предстоит самостоятельно определить тип модели кавитации « π - пленка» или « 2π - пленка», другими словами — присутствует в демпфере достаточно значимая зона кавитации или нет. В закрытых демпферах с высоким давлением подачи масла возникновение зоны кавитации возможно при более высокой скорости движения вибратора и больших эксцентриситетах, чем в открытых демпферах при низком давлении подачи масла. Возникновение и размер области кавитации зависят от давления подачи масла, наличия торцевых уплотнений, скорости и эксцентриситета вибратора. Оценить возникновение кавитации можно по некоторым количественным характеристикам. Такие параметры позволяют приблизительно оценить возможность возникновения кавитации в демпфере. В [1] на основе аппроксимации численных расчетов получены параметры кавитации для некоторых типов демпферов как функции от эксцентриситета и безразмерного параметра подачи масла, но только для круговых орбит прецессии вибратора.

$$A_{K} = 1 + (3.76(1 - \varepsilon)^{1.51} exp[2.89(1 - \varepsilon)])\overline{P}_{K},$$

$$B_{K} = 1 - (10.2(1 - \varepsilon)^{2.24} exp[1.88(1 - \varepsilon)])\overline{P}_{K},$$
(23)

$$A_{\kappa}^{'} = 1 + (1.1(1-\varepsilon)^{1.17} \exp[3.17(1-\varepsilon)])\overline{P}_{\kappa},$$

$$B_{\kappa}^{'} = 1 - (5.84(1-\varepsilon)^{2.41} \exp[0.89(1-\varepsilon)])\overline{P}_{\kappa},$$
(24)

$$A_{\mathcal{A}} = 1 + 4 \times 10^{-5} (1 - \varepsilon)^{6.12} \exp[12.9(1 - \varepsilon)] \overline{P}_{N}^{0.9}, \quad \text{при } 0 < \varepsilon < 0.5;$$

$$A_{\mathcal{A}} = 1 + (2.76 - 2.45\varepsilon) \overline{P}_{N}^{0.75}, \quad \text{при } 0.5 < \varepsilon < 0.9,$$
(25)

где A_{K} , B_{K} – параметры кавитации «короткого» непроточного демпфера, A'_{κ} , B'_{κ} – параметры кавитации «короткого» проточного демпфера, A_{Λ} – параметр кавитации «длинного» демпфера, $\mathcal{E} = e/c$ – безразмерный коэффициент, $\overline{P}_{\kappa} = \overline{P}_{N}(R/L)^{2}$ – безразмерный параметр подачи масла, $\overline{P}_{N} = \overline{P}_{\Pi} - \overline{P}_{H}$, \overline{P}_{Π} – безразмерное давление подачи

масла, \overline{P}_{H} – безразмерное давление насыщенных паров. Безразмерное давление вычисляется по формуле:

$$\overline{P} = \frac{c^2 P}{12\mu\Omega R^2}.$$
(26)

При $A_{\kappa}(A_{\beta}) \ge 2$ кавитации не происходит и можно пользоваться теорией полного охвата (2π пленка), при $A_{\kappa}(A_{\beta}) \le 1.1$ можно пользоваться теорией половинного охвата (π пленка). При $1.1 < A_{\kappa}(A_{\beta}) < 2$ необходимо производить учет кавитации аналитически по методике, изложенной в [1], либо производить численное решение двухмерного уравнения Рейнольдса с граничными условиями Свифта – Штибера, либо более сложными моделями для определения границ зоны кавитации.

С учетом вышесказанного можно выделить 3 уровня моделирования течения в демпферном зазоре:

- Трехмерное моделирование течения с учетом максимального количества факторов при помощи специальных или универсальных программных CFD пакетов. Плюсами такого подхода являются возможность получения подробной картины течения для выбранного режима работы демпфера. Минусом такого подхода является большой объем вычислений.
- 2) Двухмерное моделирование с использованием уравнения Рейнольдса, модифицированного для учета тех или иных дополнительных факторов или без них. Преимущества: значительно сниженный по сравнению с 1) объем вычислений при достаточно справедливых допущениях. Недостатки: принятые допущения ограничивают применимость модели только течением в тонких пленках, и как следствие, приводят к появлению необходимости специального учета камер, карманов подвода масла, маслораспределительных канавок. Достаточно сложный механизм учета инерции жидкости. Простота, в смысле воспроизведения физической сущности, моделей турбулентности.
- Одномерное уравнение Рейнольдса. Плюсы: аналитическое решение для поля давления. Минимальное количество вычислений. Минусы: жесткие границы применимости, меньшая по сравнению с 1) и 2) достоверность физической модели, все недостатки присущие способу 2 по-прежнему остаются.

П1.3 Критерии применимости математических моделей

Как показано в предыдущем подразделе, усложнение математической модели течения жидкости в зазоре демпфера неминуемо ведет к росту размерности задачи и времени необходимого для ее решения. При этом в силу определенных свойств течения в тонких пленках, подробный учет тех или иных факторов при моделировании может оказаться неэффективным вследствие низкой степени влияния таких факторов на конечный результат. Для удобства границы применимости одномерных моделей и критерии учета влияющих факторов сведены в табл. П1.1.

Режим течения						
Ламинарны	й	Турбулентный				
<i>Re</i> < 1200		<i>Re</i> > 1200				
Метод расчета						
«Короткий»	Демпфер	конечной	«Длинный»			
демпфер	длины		демпфер			
$L/D \le 0.5$	0.5 < L/D < 2		$L/D \ge 2$			
$\varepsilon \le 0.75$						
Учет сил инерции						
Конвективный	член	Локальный член				
$\Omega_* > 10$		$\Omega_* > 1$, нестационарная задача				
Учет кавитации						
« π - пленка»	Специаль	ный учет	« 2π -пленка»			
$A_{K}(A_{\mathcal{A}}) \leq 1.1$	$A_{K}(A_{\mathcal{I}}) \leq 1.1 \qquad 1.1 < A_{K}(A_{\mathcal{I}}) \leq 1.1 \qquad 1.1 < A_{K}(A_{\mathcal{I})} \leq 1.1 \qquad 1.1 < A_{K}(A_{\mathcal{I})} \leq 1.1 \qquad 1.1 < A_{K$		$A_{K}(A_{\mathcal{A}}) \geq 2$			

Таблица П1.1 Границы применимости математических моделей

Используя табл. П1.1, можно определить возможность применения аналитических моделей демпфера, либо необходимость использования более точных численных решений. Указанные выше границы применения одномерных и двухмерных моделей течения жидкости, учета эффектов турбулентности и инерции жидкости, определены из вводимых допущений моделирования, либо получены опытным путем.

В разделе использован материал работы [15].

П1.4 Список использованных источников

- Белоусов А.И., Балякин В.Б., Новиков Д.К. Теория и проектирование гидродинамических демпферов опор роторов/ Под ред. А.И. Белоусова. Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2002. 335 с.
- Леонтьев М. К. Конструкция и расчет демпферных опор роторов ГТД: Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 1998. 44 с.
- Сергеев С. И. Демпфирование механических колебаний. М: Гос. изд-во физикоматематической литературы, 1959. 408 с.
- Zeidan F. Y., San Andres L., Vance J. M. Design and application of squeeze film dampers in rotating machinery // Proceedings of the 25th Turbomachinery Symposium. 1996. P. 169-188.
- Szeri A. Z. Fluid film lubrication. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
 547 p.

- Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 1: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 504 с.
- Dousti S., Gerami A., Dousti M. A numerical CFD analysis on supply groove effects in high pressure, open end squeeze film dampers // International Journal of Engineering Innovation and Research. 2016. V. 5(1). P. 80-89.
- Reynolds O. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil // Proceedings of the Royal Society of London. 1886. V. 40, no. 242–245. P. 191–203.
- Zeidan F. Y., Vance J. M. Cavitation Effects on the Pressure Distribution of a Squeeze Film Damper Bearing // Proceedings of the Texas A&M Workshop on Rotordynamic Instability Problem in High – Performance Turbomachinery. 1988. P. 111-132.
- Dowson D., Taylor C. M. Cavitation in bearings // Annual Review of Fluid Mechanics.
 1979. Vol. 11, no. 1. P. 35–65.
- San Andrés L. Modern Lubrication Theory. Notes 6: Cavitation in Liquid Film Bearings.
 Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 15. http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197
- 12. Nelson C. C. The effect of turbulence and fluid inertia on a squeeze film bearing damper //AIAA, SAE, and ASME, Joint Propulsion Conference, 16 th, Hartford, Conn, 1980. P. 5.
- San Andrés L. Modern Lubrication Theory. Notes 13: Squeeze Film Dampers: Operation, Models and Technical Issues. Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 22. http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197
- San Andrés L. Modern Lubrication Theory. Notes 4: Static Load Performance of Plain Journal Bearings Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 15. <u>http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197</u>

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ПРИМЕРЫ ВЫБОРА МОДЕЛЕЙ ДЕМПФЕРА В ЗАДАЧАХ РОТОРНОЙ ДИНАМИКИ *)

Очевидно, что с точки зрения временных затрат, применение моделей, построенных на аналитических решениях одномерных уравнений Рейнольдса, существенно более выгодно по сравнению с моделями, реализующих двухмерные уравнения, и требующих численных методов их решения [1]. В последнем случае время расчета даже простейших роторных систем, может увеличиться на несколько порядков. В то же время в ряде случаев приходится их использовать, так как аналитические модели ГДД могут выходить за границы их применимости и привести к ошибочным результатам.

Для центрированного демпфера независимо от способа подачи масла (канавка или отверстия) можно использовать аналитические решения уравнения Рейнольдса. Если выбор модели короткого или длинного демпфера не представляет большой сложности, однако выбор кавитационного режима может оказаться достаточно затруднительным для инженера. В настоящем разделе рассматриваются условия, при которых можно применить аналитические решения (модели) при решении задач роторной динамики и назначить его параметры [2].

П2.1 Модель ротора с упруго-демпферной опорой

Используется для анализа модель роторной системы включает точечный ротор, систему корпусов и связей между ними, рис. П2.1.



П2.1 Модель точечного ротора с упруго-демпферной опорой

(DYNAMICS R4, www.alfatran.com)

1 ^{*)} В Приложении приведен материал статьи [2] Леонтьев М.К. Кутаков М.Н. Выбор модели гидродинамического демпфера для решения для решения задач роторной динамики ГТД, «Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение». 2017. Т. 16, № 3. С. 115-128. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-115-128

Связи моделируют подшипник, гидродинамический демпфер с нелинейными характеристиками, подвеску к основанию и упругий элемент. Характеристики модели роторной системы представлены в табл. П2.1.

Параметр	Значение
Масса корпуса, кг	100
Жесткость подвески, Н/м	5e+9
Жесткость подшипника, Н/м	5e+8
Жесткость упругого элемента, Н/м	1e+7
Демпфирование в подвеске, Н*сек/м	2000
Демпфирование в подшипнике, Н*сек/м	500
Масса ротора, кг	25
Масса вибратора, кг	5
Частота вращения ротора, об/мин	8000
Дисбаланс ротора, гсм	50

Таблица П2.1 Характеристики модели роторной системы

Первая критическая частота вращения для такой системы составляет 5470 об/мин. Получена без учета сил реакции гидродинамического демпфера. Учет реакций будет менять ее положение.

В качестве примера будем рассматривать модель гидродинамического демпфера реального ГТД, конструкция которого представлена на рис. П2.2. Демпфер имеет центральную маслораспределительную канавку, торцевые уплотнения. Разгрузка веса (центрирование демпфера) осуществляется с помощью упругих втулок типа "беличье колесо".



Рис. П2.2 Гидродинамический демпфер с упругим элементом в конструкции ГТД

Начальные параметры выбранного демпфера и их значения представлены в табл. П2.2. Торцевые уплотнения считаются идеальными, утечки отсутствуют (демпфер не проточный). Давление в маслораспределительной канавке считается постоянным во всех направлениях и равным давлению подачи.

Параметр	Значение
Радиус демпфера, мм	84
Положение маслораспределительной канавки	центральное
Длина демпфера, включая канавку, мм	18
Ширина питающей канавки, мм	3
Радиальный зазор, мм	0.15
Марка масла	MC-8П
Рабочая температура масла, °С	60
Динамическая вязкость масла, Па*с	0.00513
Плотность, кг/м ³	845
Давление подачи, атм	4

Таблица П2.2 Параметры демпфера

П2.2 Алгоритм выбора модели демпфера и примеры

Рассмотрим алгоритм выбора модели демпфера с параметрами, приведенными в табл. П2.2. Для вычисления критериев из табл. П1.1 необходимо знать значение относительного эксцентриситета ε на интересующей нас частоте вращения, в данном случае 5470 об/мин. Для этого производится предварительный расчет амплитуд колебаний в нестационарной постановке с настройками модели, наиболее подходящими для задачи. Затем, получив эксцентриситет, можно уточнить настройки модели. Предварительно определенный эксцентриситет составил $\varepsilon = 0.73$. Вся последовательность шагов этого алгоритма, а также результаты расчетов приведены в табл. П2.3.

№ шага	Рассчитываемый параметр	Результаты расчетов	Параметр выбора
1	L/D	$L_{_{ m 3KB}}=15$ MM; $L/D=0.09<0.5$	"короткий"
2	Выбор модели кавитации	$A_{K} = 2.29 > 2$	"2 <i>π</i> – пленка"
3	Учет конвективного члена сил инерции	$\Omega_* = 2.12 < 10$	не требуется
4	Учет локального члена сил инерции	$\Omega_* = 1 < 2.12$	требуется
5	Учет турбулентности	<i>Re</i> = 868 < 1200	не требуется

Таблица П2.3 Пошаговый алгоритм выбора модели демпфера

Примененная нелинейная модель демпфера не учитывает инерцию жидкости. Однако алгоритм показал необходимость учета локального члена сил инерции жидкости. В то же время, если нас интересует не переходной режим, то учет локальных членов инерции не требуется.

Результаты применения тех или иных аналитических моделей демпферов в рассмотренной точечной модели ротора сравниваются с результатами численного расчета, учитывающих более точно свойства течения и, в частности, условия возникновения кавитации. В численной двухмерной модели демпфера расчетная сетка содержит 90 узлов в окружном направлении и 28 узлов в осевом направлении. Густота сетки обеспечивает приемлемую точность расчета для всех граничных условий.

Рассмотрим, как влияет изменение тех или иных параметров ротора и демпфера на выбор модели. Решается задача о движении ротора в поле сил веса и динамической инерционной нагрузки от неуравновешенной смещенной массы (дисбаланса) при разгоне. Все результаты выводятся для вибратора демпфера в виде размаха колебаний в вертикальной плоскости и орбит его движения на определенной частоте вращения.

Пример 1. Давление подачи масла 4 атм

Важно отметить, что условия подвода масла в демпфер в случае применения одномерной аналитической модели учитываются опосредовано через расчет параметра A_K, A_A , и на основе их значений определяются условия кавитации. В численной двухмерной модели подачу масла можно учесть напрямую через постановку соответствующих граничных условий.

Демпфер (все параметры соответствуют табл. П2.2 - базовая модель) центрирован с корпусом с помощью упругого элемента, инерционные силы дисбаланса сопоставимы с силой веса действующей на ротор. Сам ротор находится практически в центральном положении в зазоре демпфера. Такая конфигурация характерна для роторов авиационных ГТД. Алгоритм выбора модели демпфера представлен в табл. П2.3. Результаты расчетов показаны на рис. П2.3.





Орбита, полученная с применением одномерной модели, практически полностью соответствует орбите, полученной с использованием двухмерной модели гидродинамического демпфера.

Пример 2. Сниженное давление подачи масла до 0.1 атм

Расчеты по принятому алгоритму при снижении давления подачи, показали следующие результаты: $L_{_{3KB}} = 15$ мм - модель "короткого" демпфера; Re = 1095 < 1200, можно не учитывать турбулентность; $A_{K} = 1 < 1.1$, можно применить модель « π - пленка»; $\varepsilon \approx 0.8$; $\Omega_{*} = 2.45 < 10$, учет конвективных сил инерции не требуется. Результаты расчетов приведены на рис. П2.4.

Необходимо отметить, что снижение давления привело к смещению и резонансной частота с 5470 об/мин для базовой модели демпфера на ~ 6300 об/мин. Уменьшилось и демпфирование.



Рис. П2.4 Размах колебаний ротора и орбиты ротора на резонансной частоте (демпфер с пониженным давлением подачи масла)

Результаты численной модели незначительно отличаются от результатов, полученных с использованием аналитической модели.

Пример 3. Сниженное давление подачи масла до 0.1 атм, увеличенный дисбаланс до 100 гсм

Как уже говорилось, гидродинамический демпфер явлется нелинейным элементом, в котором динамические характеристики зависят от режимов работы. В наибольшей степени их нелинейность проявляется на резонансных режимах работы ротора.

На рис. П2.5 представлена АЧХ размаха колебаний вибратора по оси Y на разгоне и выбеге ротора. АЧХ получена для варианта предыдущего демпфера - с уменьшенным давлением подачи масла, но с увеличенным до 100 гсм дисбалансом. Орбиты прецессионного движения вибратора показаны на частоте вращения 8000 об/мин.


Рис. П2.5 Нелинейное поведение ротора с демпфером

АЧХ, полученные при разгоне и выбеге ротора, отличаются между собой. При этом на одном режиме имеется два решения, которые соответствуют устойчивому положению ротора. Ротор при проходе резонансной частоты может внезапно "перескочить" с одной ветки АЧХ на другую в процессе прохода этой зоны - эффект скачка ("jump"- эффект). Необходимо отметить, что такой эффект проявляется только в кавитирующем демпфере. При полном охвате вибратора смазкой эффект скачка отсутствует. Может наблюдаться и в работающем двигателе.

Пример 4. Пониженное значение дисбаланса

Такая конфигурация характерна для тяжелых роторов наземных и корабельных ГТД. В примере дисбаланс снижен до 5 гсм. Предварительный расчет показал, что амплитуда прецессии меньше статического смещения ротора от веса. Прецессия происходит вокруг некоторого стационарного положения. Давление подачи масла соответствует базовому варианту ГДД, т.е. 4 атм.

Расчеты по принятому алгоритму показали следующие результаты: $L_{_{3K\theta}} = 15$ мм - модель "короткого" демпфера; Re = 381 < 1200, можно не учитывать турбулентность; $A_{K} = 18 > 2$, можно применить модель « 2π - пленка»; На резонансной частоте ~5600 об/мин. $\varepsilon \approx 0.3$; $\Omega_{*} = 2.17 < 10$, учет конвективных сил инерции не требуется. Результаты расчетов приведены на рис. П2.6.



Рис. П2.6 Размах колебаний и орбиты ротора на резонансной частоте ротора с пониженным дисбалансом

Результаты нестационарного анализа численной модели на резонансной частоте незначительно отличаются от результата, полученного с использованием аналитической модели. Дисбалансная нагрузка не может вывести ротор на обкатку (движение близкое к круговому вокруг геометрической оси опоры ротора), демпфирование в этом случае минимальное.

Пример 5. Изменение положения маслораспределительной канавки

Пусть центральная канавка в исходном демпфере смещена в крайнее правое положение, рис. П2.7.



Рис. П2.7 Демпфер со смещенной маслораспределительной канавкой

Для такого демпфера $L_1 = 15$, $L_2 = 0$. Расчеты по принятому алгоритму показали следующие результаты: $L_{_{3KB}} = 23.8$ мм - модель "короткого" демпфера; Re = 602 < 1200, можно не учитывать турбулентность; $A_K = 3.7 > 2$, можно применить модель « 2π - пленка»; $\varepsilon \approx 0.478$; $\Omega_* = 2.25 < 10$, учет конвективных сил инерции не требуется. Результаты расчетов приведены на рис. П2.8.



Рис. П2.8 Размах колебаний ротора и орбита движения ротора на резонансной частоте ~5800 об/мин со смещенной канавкой

Очевидно, что при смещении канавки увеличивается эквивалентная длина демпфера, а это приводит к увеличению демпфирования. Снижается амплитуда на резонансной частоте. Значение резонансной частоты по отношению к базовой модели демпфера практически не изменилось. Аналитическая и численная модель показали достаточно близкие результаты, так как первая применяется в пределах своих ограничений.

Пример 6. Подача масла через отверстия

Рассмотрим некоторые особенности расчета и характеристик демпфера с подачей масла через отверстия без маслораспределительной канавки. В примере используется 4 отверстия подачи масла, равномерно расположенных по окружности и диаметром 5 мм. В этом случае демпфер следует рассматривать как «длинный», ввиду малости градиентов давления в осевом направлении, за исключением зон вокруг отверстий подачи, которые малы по сравнению с общей площадью поверхности демпфера.

Для данного примера получены следующие параметры. Рабочая длина демпфера L = 15 мм. Модель - "длинный" демпфер; Re = 369 < 1200 - турбулентность не учитывается; $A_{\mathcal{I}} = 1.017 < 1.1$ - модель « π - пленка»; $\varepsilon \approx 0.17$; $\Omega_* = 3.88 < 10$ - учет конвективных сил инерции не требуется. Условие L/D > 2 из табл. П1.1 не выполняется.

Результаты двух расчетов с параметрами базового варианта приведены на рис. П2.9.



Рис. П2.9 Размах колебаний и орбита движения ротора с подачей масла в демпфер через отверстия на частоте ~10000об/мин

Результаты отличаются между собой примерно в 2 раза во всем диапазоне частот вращения. В первую очередь это объясняется грубым учетом размеров зоны кавитации в одномерной модели. Стоит отметить, что оценки $A_{\mathcal{A}}$ и $A_{\mathcal{K}}$ получены для круговых центрированных орбит, и в случае орбит, смещенных от центрального положения, их применение может вызывать погрешности. Кроме того, можно сделать вывод, что наличие отверстий подачи меняет картину течения в зазоре, что невозможно воспроизвести одномерными моделями. Двухмерная модель дает более точные результаты, однако время расчета более чем на порядок выше.

Пример 7. Нецентрированный демпфер с центральной маслораспределительной канавкой

Все предыдущие случаи касались центрированного демпфера, наиболее часто встречающегося варианта опоры в ГТД. В настоящем разделе рассматривается вопросы, связанные с применением нецентрированных демпферов. Несмотря на то, что нецентрированный демпфер обладает существенно нелинейными характеристиками, его применение оправдывается компактностью и простотой конструкции. Именно по этой причине они используются в ряде конструкций ведущих производителей двигателей.

Ввиду отсутствия центрирующего элемента, даже незначительная статическая нагрузка легко смещает вибратор к стенке корпуса. В авиационных ГТД ротор расположен горизонтально, и сила веса ротора прижимает вибратор к корпусу. Таким образом, для нецентрированных демпферов характерна работа на больших эксцентриситетах $\varepsilon > 0.75$. При таком эксцентриситете демпфирование в ГДД достигает очень больших значений, при этом амплитуда колебаний мала, а орбита прецессии имеет характерную сплюснутую и вытянутую в окружном направлении форму ("серп луны"), что наблюдается и в экспериментах.

Применение аналитических решений уравнения Рейнольдса в данном диапазоне может привести к погрешностям. Кроме того, на эксцентриситетах $\varepsilon > 0.9$ меняется режим трения, с гидродинамического на режим смешанного трения, когда соприкасаются выступы шероховатостей поверхности. Так же деформации поверхностей корпуса и вибратора становятся сопоставимы с величиной зазора. Рассмотренные в настоящем пособии модели ГДД игнорируют данные эффекты. Вопрос необходимости учета смешанного трения и упруго-гидродинамического контакта в нецентрированных демпферах при решении задач роторной динамики является предметом отдельного теоретического и экспериментального исследования. В рамках настоящего издожения сравним поведение рассматриваемых одномерной и двухмерной моделей демпфера в случае отсутствия центрирующего элемента.

Для получения модели нецентрированного демпфера из модели (рис. П2.1) была удалена связь, имитирующая центрирующий элемент. Все прочие параметры модели соответствуют табл. П2.1, параметры демпфера соответствуют табл. П2.2.

Предварительный расчет показал, что на максимальной частоте вращения 10000 об/мин частота прецессии составила всего 1183 об/мин, а относительный эксцентриситет $\varepsilon \approx 0.9$. Расчеты по принятому алгоритму показали следующие результаты: $L_{_{3KB}} = 15$ мм - модель "короткого" демпфера; Re = 231 < 1200, можно не учитывать турбулентность;

 $A_{K} = 1.81 > 1.1$, модели « π - пленка» и « 2π - пленка» не вписываются в границы их применения. Требуется применение двухмерной численной модели.

Вместе с тем при таком большом эксцентриситете разрыв пленки будет присутствовать, т.е. модель « π - пленка» может оказаться возможной к применению. Параметр $\Omega_* = 0.46 < 10$, т.е. учет конвективных сил инерции не требуется. Результаты расчетов приведены на рис. П2.10.



Рис. П2.10 Размах колебаний и орбиты движения ротора с нецентрированным демпфером на частоте ~10000 об/мин. Дисбаланс 50 гсм

Сравнение результатов моделирования показывает, что вид колебаний, а также форма и положение орбит движения вибратора отличаются.

Проведенный расчет отвечает на вопрос - "Почему нецентрированный демпфер применяется?" - большое демпфирование, возникающее при большом эксцентриситете, меняя динамику роторной системы, уменьшает размах колебаний по сравнению с центрированным демпфером на порядок.

Пример 8. Нецентрированный демпфер с увеличенным дисбалансом

На рис. П2.11 приведены результаты расчета предыдущего тестового примера, но с увеличенным до 100 гсм дисбалансом. Увеличение неуравновешенной силы приводит к увеличению амплитуды колебаний. Орбиты на частоте вращения 10000 об/мин растут. Можно также отметить, что увеличение дисбаланса сближает результаты обеих моделей и приближает их к круговым.

Несмотря на отличие орбит - количественный результат при применении аналитической модели (большое демпфирование) меняется не катастрофически, что имеет важный практический результат - возможность решать практические задачи за минимальное время.



Рис. П2.11 Размах колебаний и орбиты движения ротора с нецентрированным демпфером на частоте ~10000 об/мин. Дисбаланс 100 гсм

Из результатов тестовых расчетов можно заключить, что аналитические модели демпферов демонстрируют результаты близкие к численным, когда применяются в границах своих базовых допущений, при этом требуют гораздо меньше машинного времени на проведение вычислений. Так расчет с одномерной моделью демпфера (аналитическое решение) потребовал в среднем на два порядка меньше времени, чем расчет с двухмерной моделью демпфера (численное решение). Конечно, этот показатель существенно зависит от применяемых алгоритмов, условий задачи. Представленные критерии носят рекомендательный характер, и окончательное решение по выбору модели остается за инженером.

П2.3 Список использованных источников

 Кутаков М.Н., Дегтярев С.А., Леонтьев М.К. Математические модели гидродинамических демпферов в задачах роторной динамики газотурбинных двигателей // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 1. С. 115-128. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-115-128