

Методика синтеза модели гибкого ротора как объекта управления САУ магнитного подвеса

А. В. Давыдов – Научно-технический центр по роторной динамике вращающихся машин ООО «Альфа-Транзит», Химки

М. К. Леонтьев – Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва

В статье рассматривается методика проектирования и анализа гибких роторов с активным магнитным подвесом. Предлагается методика синтеза модели ротора как объекта управления САУ магнитного подвеса, учитывающая изменение собственных частот и форм колебаний роторной системы с изменением демпфирования и жесткости магнитных подшипников при выходе на режим.

Введение

Проектирование машин с роторами на активных магнитных подшипниках (АМП) является многоэтапным и весьма сложным процессом, финалом которого должен являться полный и независимый анализ проекта, предложенного разработчиками. Существуют определенные требования к проектированию роторов с АМП, изложенные в многочисленной литературе и стандартах. Помимо того, что АМП должны поддерживать ротор в определенном положении, воспринимать различного рода нагрузки, они должны обеспечить и необходимый уровень вибраций и устойчивости ротора, сохраняя при этом свою работоспособность. Однако необходимо отметить, что системы автоматического управления АМП (САУ) вносят свои коррективы в общее вибрационное состояние машины, которое должно точно определяться проектировщиками еще на начальных этапах ее проектирования. И если ранее решались задачи динамики роторной системы ротор–подшипники [1], то для машин с АМП должны решаться задачи динамики, как для системы ротор–САУ–подшипники. Такая система позволит выбрать необходимую же-

сткость опор, демпфирование с учетом типоразмеров ротора и АМП, дать необходимую информацию по частотам и формам собственных колебаний для разработчиков САУ, проверить работу подготовленных САУ в составе роторной системы, провести их настройку или изменение и т. д.

Методика проектирования и анализа роторов с АМП

Методики управления жестким ротором хорошо изучены и описаны многими зарубежными и российскими авторами. Интерес представляет методика управления гибким ротором. При этом для получения полного математического описания ротора как объекта управления необходимо выделить несколько аспектов:

- существующие стандарты не отражают в полной мере набор задач, требующих решения при проектировании АМП;
- ротор как объект управления должен быть исследован совместно с САУ магнитного подвеса;
- место измерения перемещений обычно не совпадает с размещением АМП, что для гибких роторов может привести к рассинхрониза-

ции по фазе сигнала с датчика и реакции электромагнита, требуется учет этого эффекта;

- в большинстве случаев САУ должны использовать одновременное управление АМП, так как перемещения в одной опоре могут влиять на перемещения в другой, особенно в роторах с большими гироскопическими эффектами;

- проектирование роторов с АМП должно включать исследование падения ротора на страховочные подшипники.

В случае, когда собственные частоты ротора включаются в САУ магнитного подшипника, исследование ротора ведется путем анализа и модификации характеристик полученной САУ. Подобная схема значительно зависит от точности полученных собственных частот и форм колебаний. Их можно получать непосредственно экспериментальным измерением – модальные испытания. Для роторов небольших размеров типа турбокомпрессоров это не составляет трудности, но если необходимо синтезировать САУ для большого валопровода, имеющего большое количество собственных частот и форм, то экспериментально получить частоты и формы становится весьма проблематично. На помощь приходит моделирование в специализированных компьютерных программах. Создание таких моделей требует большого опыта и подготовки от инженера, а в конечном итоге обязательной валидации по экспериментальным данным. Так, от качества модели ротора и количества учтенных собственных частот будет зависеть работоспособность созданной САУ. Большинство задач динамического анализа касается машин с одним ротором на АМП, как правило, без корпусов. При этом влияние режимов, на которых меняются гироскопические моменты ротора, жесткость и демпфирование АМП, учитывается в сложном итерационном процессе между разработчиками машины и разработчиками АМП, требующем больших временных затрат.

В случае моделирования многовального турбоагрегата к модели предъявляется требование учета взаимодействия роторов через муфты и корпуса. С учетом последних достижений в анализе сложных роторных систем на традиционных подшипниках представляется возможным решить и эту задачу.

В связи с этим предлагается следующая методика анализа сложных роторных систем в нелинейной нестационарной постановке (рис. 1).

На первом этапе создается динамическая модель роторной системы и проводится ее массово-инерционная идентификация, которая может проходить как по экспериментальным данным, так и путем точного моделирования в САД-системах. На следующем этапе проводится динамический анализ линейной системы, в который входят: расчет собственных частот и форм колебаний, построение Кэмпбелл-диаграммы, нахождение критических частот вращения, построение карты критических частот, анализ дисбалансного поведения

и т. д. Результатом этого анализа являются выбранные жесткость и демпфирование опор с учетом типоразмера АМП и ограничений по перемещениям (ISO 14839), остаточная неуравновешенность, рабочие режимы роторов. Дополнительно после этого этапа возможна частотная верификация модели по экспериментальным данным.

Следующим этапом является синтез САУ магнитного подшипника с учетом требуемых жесткостей и демпфирования. На этом этапе в зависимости от сложности объекта управления выбираются компоненты САУ и подбираются их параметры с учетом критерия по функции чувствительности (ISO 14839), времени переходного процесса и др. В случае необходимости демпфирования изгибных форм колебаний используются специально созданные модели объекта управления (гибкого ротора), задача которых – воспроизвести поведение ротора для настройки САУ. Для создания таких объектов управления используются полученные ранее параметры динамической модели роторной системы, такие, как собственные частоты и формы колебаний как свободного ротора, так и с учетом жесткости и демпфирования опор. В случае многовальных систем синтез САУ производится для каждого ротора в отдельности.

Завершающим этапом является моделирование САУ + АМП в составе нелинейной модели и последующее проведение нелинейного нестационарного анализа всей роторной системы с учетом взаимного влияния роторов и корпусов, гироскопических моментов, распределенных дисбалансов и других параметров. По результатам такого расчета определяются уровень вибраций, динамическая устойчивость ротора, токи в АМП и т. д. Отдельно решается задача о падении ротора на вспомогательные подшипники.

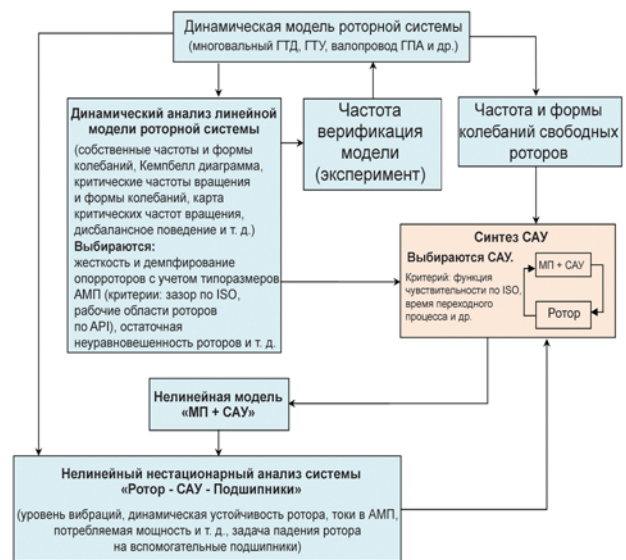


Рис. 1. Схема проектирования и анализа сложных роторных систем с АМП

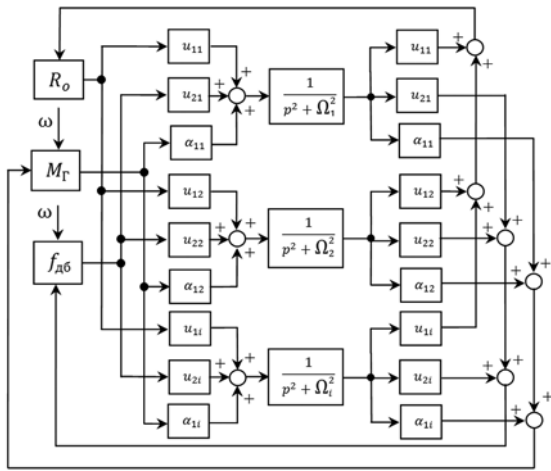


Рис. 2. Схема модели ротора для динамической системы с несколькими степенями свободы

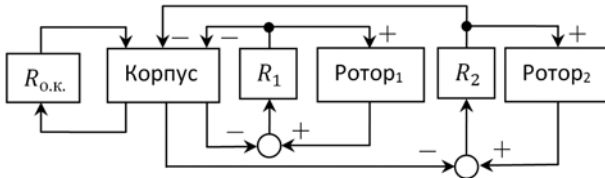


Рис. 3. Схема многовальневой роторной системы

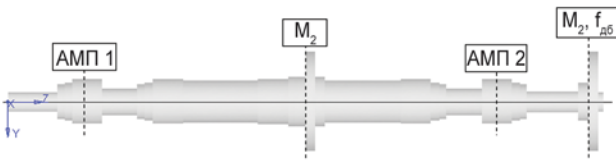


Рис. 4. Модель ротора экспериментального стенда и сечения для определения коэффициентов форм колебаний

Модель гибкого ротора

Для синтеза и анализа САУ с учетом изгибных форм колебаний ротора А. П. Сарычевым и И. Г. Руковицыным (ФГУП «НПП ВНИИЭМ») предложена методика [2] моделирования ротора с использованием модального анализа, которая заключается в представлении модели ротора как набора колебательных звеньев, соответствующих собственным критическим частотам, полученным при номинальной жесткости АМП. Пересчет входных и выходных параметров проводится с учетом коэффициентов форм колебаний.

В отличие от этой методики, разработанный алгоритм не зависит от динамических параметров опор. Он учитывает изменение собственных частот и форм колебаний с изменением демпфирования и жесткости в опорах, зависящее от режимов работы или других параметров. Если принять допущение о том, что в роторной системе отсутствует конструкционное трение, а демпфирование обеспечивается только за счет опор, тогда уравнение системы примет вид:

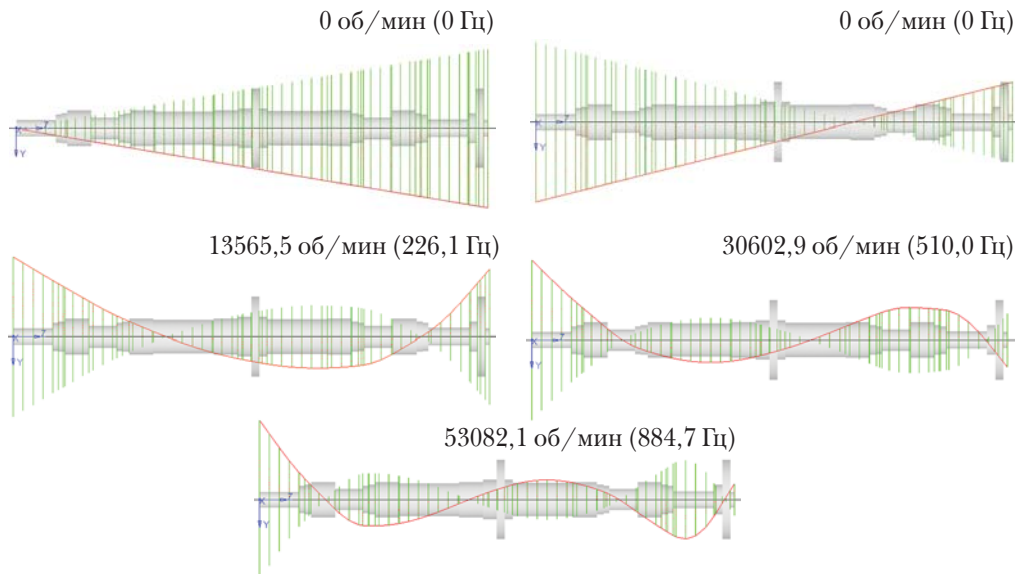
$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{f_{дб}\} + \{R_o\} + \{M_\Gamma\} \quad (1)$$

Реакции от опор ротора $\{R_o\}$ учитываются в правой части уравнения (1), т. е. жесткость опор не входит в состав матрицы жесткости ротора $[K]$. В правой части учитываются также векторы сил от дисбаланса и гироскопических моментов $\{M_\Gamma\}$. Тогда модель ротора включает в себя формы свободного незакрепленного ротора – твердые и изгибные формы колебаний.

При переходе к модальным координатам и с учетом

$$\{f(t)\} = [\phi]^T(\{f_{дб}\}) + \{R_o\} + \{M_\Gamma\} \quad (2)$$

Таблица 1



$$\{u\} = \sum_{j=1}^n q_j \{\phi_j\} \quad (3)$$

уравнение (1) примет вид

$$[I]\{\ddot{q}\} + [\Omega^2]\{q\} = \{f(t)\} \quad (4)$$

где $[\Omega^2]$ – диагональная матрица квадратов собственных частот.

В операторном виде каждое из уравнений (4) можно записать следующим образом:

$$(p^2 + \Omega_i^2)q_i(p) = f_i(p) \quad (5)$$

где p – оператор Лапласа.

Отсюда передаточная функция для i -ой собственной частоты:

$$W_p = \frac{q_i(p)}{f_i(p)} = \frac{1}{p^2 + \Omega_i^2} \quad (6)$$

Гироскопический момент для прямой синхронной прецессии находится по формуле

$$M_r = -(J_p - J_d)\omega^2\theta \quad (7)$$

где J_p, J_d – полярный и диаметральный момент инерции сечения; ω – круговая частота вращения; θ – угол поворота сечения.

Схема модели ротора для динамической системы с несколькими степенями свободы ротора, а следовательно, системы с несколькими частотами собственных колебаний, показана на рис. 2, где u_{ij}, a_{ji} – коэффициенты модальной матрицы $[\Phi]$, соответствующие перемещениям и углам поворотов, i – номер сечения, j – номер собственной частоты, Ω_i – недемпфированная собственная частота; ω – круговая частота вращения.

Для моделирования многовальной системы необходимо создать модели каждого ротора и корпуса в отдельности по описанной методике и соединить роторы с корпусом через звенья реакций опор R_1, R_2 (рис. 3). Корпус соединяется со звеньями, моделирующими опоры корпуса $R_{o.k.}$.

Проверка модели гибкого ротора

Для проверки возможности использования разработанной модели ротора для синтеза САУ АМП проведен сравнительный анализ модели ротора, созданного в программном комплексе для исследования динамики роторов Dynamics R4 и аналогичной модели, разработанной в программном комплексе для создания и анализа мехатронных систем 20-sim.

В качестве объекта исследования взят ротор экспериментальной установки ООО «Технологии автоматизации» [3] (рис. 4). Частота вращения до 30 000 об/мин. С помощью программного комплекса Dynamics R4 про-

Коэффициенты модальной матрицы $[\Phi]$ Таблица 2

Сечения	Форма 1 0 Гц	Форма 2 0 Гц	Форма 3 226,1 Гц	Форма 4 510,0 Гц	Форма 5 884,7 Гц
АМП 1	0,074	0,247	0,181	-0,135	0,016
АМП 2	0,176	-0,104	-0,046	-0,202	-0,133
	0,202	-0,192	0,269	0,136	0,064
M_1	-0,124	0,428	0,311	0,666	-0,795
M_2	-0,124	0,428	-1,973	-3,098	-4,259

веден анализ динамического поведения всей роторной системы [4], а также промоделированы ее геометрические, инерционные и жесткостные свойства.

Ротор экспериментального стенда при моделировании в Dynamics R4 состоит из 73 сечений с шестью степенями свободы в каждом. Приемлемой точности решения для одновальных систем можно достичь, учитывая в расчетах только несколько первых частот и форм колебаний. Для многовальных систем требуются дополнительные исследования для выявления желаемого соотношения между точностью и временем расчета.

Ротор опирается на две упруго-демпферные связи, моделирующие АМП 1 и АМП 2 при жесткости $k = 3 \cdot 10^8$ Н/м и демпфировании $c = 5 \cdot 10^4$ Нс/м. Дисбаланс установлен в сечении правого диска и равен 9,17 г·см.

Модель ротора включает первые пять частот собственных колебаний, а также коэффициенты модальной матрицы $[\Phi]$, которые соответствуют сечениям опор, гироскопическим моментам и внешним нагрузкам. На рис. 4 показаны сечения, для которых рассчитаны коэффициенты модальной матрицы $[\Phi]$.

Формы и частоты колебаний незакрепленного ротора рассчитаны в Dynamics R4. В табл. 1 приведены первые пять собственных частот и форм колебаний ротора как свободного тела.

В модели 20-sim учитываются гироскопические моменты только от двух дисков. В модели Dynamics R4 гироскопические моменты учитываются как от вала, так и от дисков.

На рис. 2 звено R_o , моделирующее опору ротора, в нашем случае промоделировано пропорционально-дифференциальным звеном, пропорциональный коэффициент которого равен жесткости, а дифференциальный – демпфированию.

В сводной табл. 2 приведены собственные частоты и коэффициенты модальной матрицы $[\Phi]$ для каждой частоты и сечения.

Результатом численного эксперимента с использованием разработанной модели являются амплитудно-частотные характеристики от неуравновешенной силы в диапазоне от 0 до 30 000 об/мин. В качестве эталона для сравнения получено решение задачи в линейной стационарной постановке в диапазоне до $2e + 6$ об/мин, в котором учтены 142 формы колебаний. На рис. 5, 6 показаны АЧХ по опорам ротора.

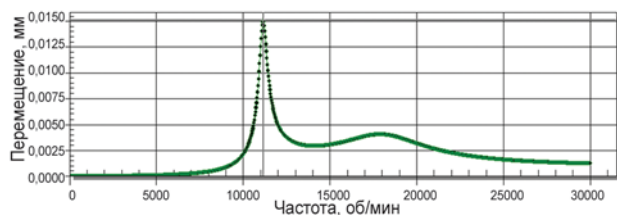


Рис 5. АЧХ в сечении АМП 1 Dynamics R4

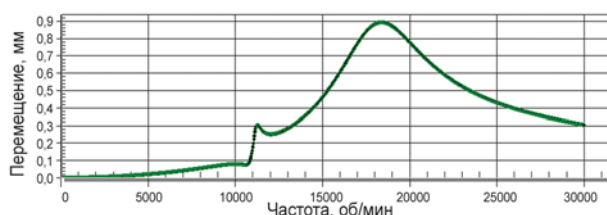


Рис 6. АЧХ в сечении АМП 2 Dynamics R4

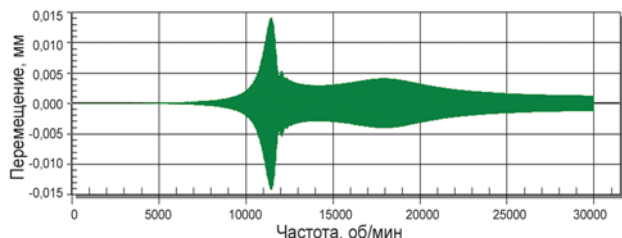


Рис 7. АЧХ в сечении АМП 1 Dynamics R4

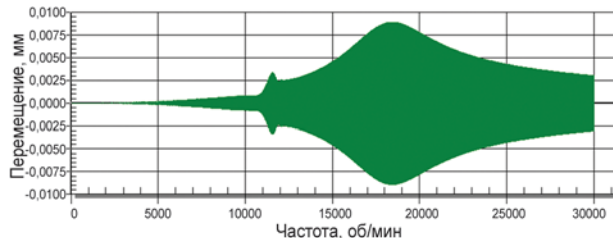


Рис 8. АЧХ в сечении АМП 2 Dynamics R4

Интегрирование в Dynamics R4 проводится в нестационарной постановке с использованием пакета CVODE Backward Differentiation Formula (BDF). Интегрирование в 20-sim проводится тем же методом. Время интегрирования для диапазона от 0 до 30 000 об/мин – 6 с.

Результаты численного интегрирования в Dynamics R4, представлены на рис. 7, 8. В этом расчете учитываются только пять частот и форм колебаний в диапазоне до 60 000 об/мин, что соответствует 1,1 % от полного набора частот и форм.

Результаты численного интегрирования в 20-sim представлены на рис. 9, 10.

Численное сравнение положения критических частот и максимальных амплитуд представлено в табл. 3.

Из табл. 4 видно, что погрешность численного интегрирования модели ротора в Dynamics R4, включающей только 5 форм колебаний, по положению резонанса не превышает 2,5 %, а по амплитуде – 10,7 %. Уменьшить погрешность можно, увеличив количество форм колебаний, учтенных в расчете, а также за счет увеличения времени интегрирования. Однако это ведет к увеличению времени расчета.

Из табл. 4 видно, что погрешность предложенной модели ротора, включающей также пять форм колеба-

ний, по положению резонанса не превышает 1,0 %, а по амплитуде – 12,5 %. Уменьшить погрешность можно также за счет увеличения времени интегрирования.

Различия в погрешностях моделей ротора в 20-sim и Dynamics R4 связаны с тем, что в Dynamics R4 учитываются все гироскопические моменты как дисков, так и вала, а в 20-sim модель включены только два гироскопических момента от дисков.

Выводы

1. Предложена методика синтеза модели ротора как объекта управления САУ АМП. Эта модель учитывает изменения собственных частот и форм колебаний динамической системы, связанные как с частотой вращения роторов (гироскопические моменты), так и с изменением в широких пределах жесткости и демпфирования в опорах, возможным при работе САУ.

2. Сравнение результатов интегрирования модели ротора в Dynamics R4 и модели гибкого ротора, полученной по представленной методике, показывает удовлетворительное совпадение результатов. Такое сравнение позволяет оценить погрешности при интегрировании и говорить о возможности применения разработанной

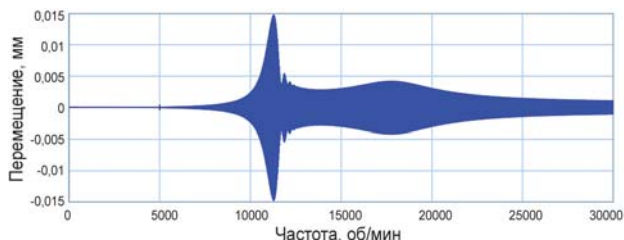


Рис 9. Амплитудно-временная характеристика в сечении АМП 1 (20-sim)

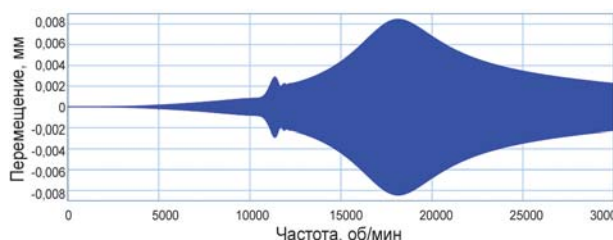


Рис 10. Амплитудно-временная характеристика в сечении АМП 2 (20-sim)

Таблица 3

	Резонанс 1	Амплитуда		Резонанс 2	Амплитуда	
		АМП 1	АМП 2		АМП 1	АМП 2
Эталон – 142 формы	11160	1,489e-2	0,298e-2	17860,4	0,3740e-3	0,835e-2
Dynamics R4 – 5 форм	11441	1,400e-2	0,330e-2	17892	0,373e-3	0,835e-2
Погрешность, %	2,5	6,0	10,7	0,2	0,3	0,001

Таблица 4

	Резонанс 1	Амплитуда		Резонанс 2	Амплитуда	
		АМП 1	АМП 2		АМП 1	АМП 2
Эталон – 142 формы	11160	1,489e-2	0,298e-2	17860,4	0,3740e-3	0,835e-2
Разработанная модель – 5 форм (20-sim)	11270	1,480e-2	0,290e-2	17790	0,421e-3	0,845e-2
Погрешность, %	1,0	0,6	2,7	0,4	12,5	1,2

методики синтеза модели гибкого ротора как объекта управления для САУ АМП.



Литература

1. М. К. Леонтьев, А. В. Давыдов. Роторные системы с магнитными опорами и их динамика. // Новые технологические процессы и надежность ГТД.- Вып. 9.- Подшипники и уплотнения. Научно-технический сборник статей под ред. Ножницкого Ю. А. и Петрова Н. И. - М.: ЦИАМ, 2013.- С. 155–178.

2. Сарычев А. П. Математическая модель ротора для анализа управления магнитными подшипниками / Руко-

вицын И. Г. // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ, 2008. – Т. 107. – С. 11–15.

3. Изосимова Т. А. Стенд для исследования системы автоматического регулирования магнитным подвесом ротора высокоэнергетической установки / Ю. К. Евдокимов, С. А. Тогузов // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-214, 16–19 июня 2014.: [Электронный ресурс] М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 4807–4814.

4. Изосимова Т. А. Система автоматического управления активным магнитным подвесом ротора турбомашин / Ю. К. Евдокимов, А. В. Давыдов // Изв. вузов. Авиационная техника.- Казань, 2014. – № 3. – С. 52–56.